

ワンステップアップ・セミナー (不)自然実験を用いた因果推論

鎌田 拓馬
大阪大学国際公共政策研究科

第 77 回数理社会学会大会 東北大学
2024/8/29

The Role of Conferences on the Pathway to Academic Impact

Evidence from a Natural Experiment

Fernanda Leite Lopez de Leon
Ben McQuillin

ABSTRACT

We provide evidence for the effectiveness of conferences in promoting academic impact by exploiting the cancellation—due to Hurricane Isaac—of the 2012 American Political Science Association Annual Meeting. We assembled a data set of 29,142 papers and quantified conference effects, using difference-in-differences regressions. Within four years of being presented at the conference, a paper's likelihood of becoming cited increases by five percentage points. We decompose the effects by authorship and provide an account of the underlying mechanisms. Overall, our findings point to the role of short-term face-to-face interactions in the formation and dissemination of scientific knowledge.

Figure: de Leon and McQuillin (2020) *Journal of Human Resources*.

本セミナーの目的・範囲

(不) 自然実験を用いた因果推論に関する概要

- 内容：
 - (不) 自然実験を用いた因果推論を行うための研究志向
 - ノンテクニカルな説明と応用例の紹介
 - 社会学者が実行可能な分析手法の提示
- 紹介する手法：
 - 回帰不連続デザイン (Regression Discontinuity Design, RDD) (研究例を用いて簡単に説明)
 - 差分の差分法 (Difference-in-Differences Design, DiD) (DDD, continuous DiD 含め、重点的に説明)
 - 操作変数差分の差分法 (DDIV) ・ Shift-share (Bartik) 操作変数法 (DiD の延長として説明)
 - その他の実用的な分析 (例：プラセボテスト)
 - *Disclaimer: 時間の制約上、また応用に重点を置くため、手法に関する説明では重要度の高い仮定のみ
に言及。
 - *扱わないテーマ：inference (仮説検定) については扱わない。適当なレベル (大体、処置レベル) でク
ラスタリング標準誤差・空間相関を許す Conley 標準誤差・ロバスト標準誤差、あるいはブートスト
ラップをしておけば多くのケースでは大丈夫です 笑

因果効果識別の重要性

なぜ因果効果を識別する必要があるのか？

① 理論・仮説の検証

- 地域のソーシャル・キャピタル向上 → 犯罪率低下
 - 移民に対するネガティブな報道 → 移民への信頼低下
 - 貧困地域での教育 → 高校中退率減少
- これらは相関ではなく、因果関係の特定に関心がある

② メカニズム解明の第一歩 (+ 外的妥当性)

- 因果の識別なしにメカニズムの識別は不可能 ($D \rightarrow M \rightarrow Y$)
- ASRのエディターらによる計量分析のガイドライン (Mustillo et al., 2018)
 - 媒介分析については言及あるにも関わらず、**因果効果を識別するための適切なリサーチデザインの構築については言及なし・・・**

③ 政策評価

- 相関と因果の区別が不可欠
- 適切な政策提言のための基礎 (+ 外的妥当性)

応用計量経済学における研究デザインとトレンド

Figure IV: Quasi-Experimental Methods

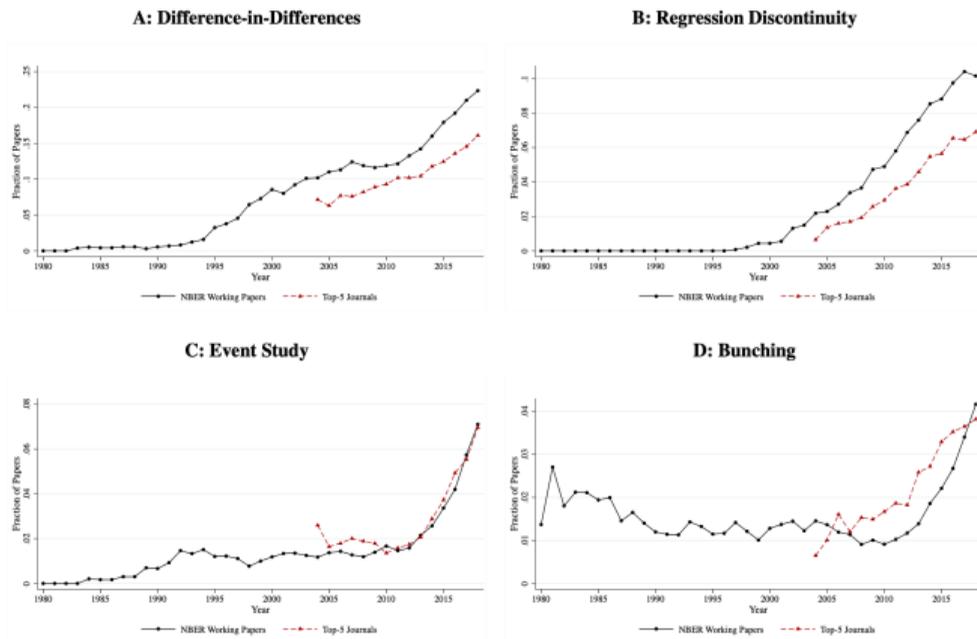


Figure: Source: Currie et al. (2020)

応用計量経済学における研究デザインとトレンド

Figure A.V: Other Empirical Methods

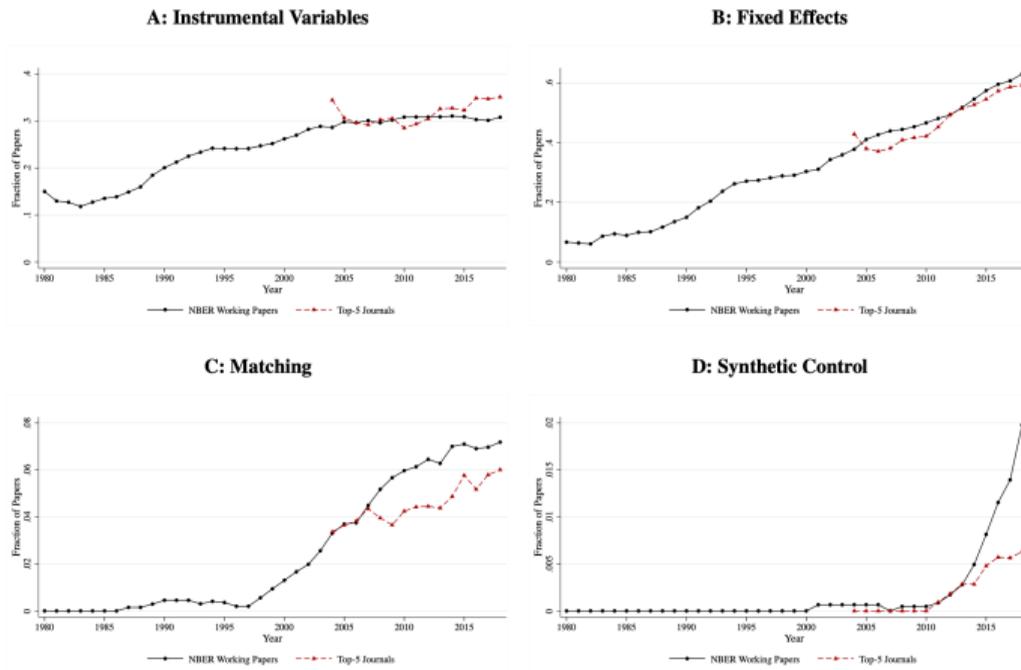


Figure: Source: Currie et al. (2020)

因果推論関連の最近のレビュー・実践論文: 社会学 vs. 他分野

社会学

- DiD に関してはまだ書かれていない・・・？
- IV (Felton and Stewart, 2022): 本セミナーで扱う Bartik 操作変数、DDIV などは扱われていない
(因果推論と機械学習 (Brand et al., 2023) : 本セミナーで扱うテーマは扱われていない)

他分野

- DiD
 - 経済学: (De Chaisemartin and d'Haultfoeuille, 2023; Roth et al., 2023)
 - Goodman-Bacon (2021) 以来の「みんなやっている DiD って実は何をやっているかよくわかっていないよね」により「週刊 DiD」が出来上がり、最新の DiD 推定量の開発に関するサーベイ
 - イベントスタディに焦点を絞った実践論文 (Miller, 2023)
 - 政治学: Liu et al. (2024); Li and Strezhnev (2024)
 - 疫学: Wang et al. (2024)
- IV: 操作変数そのものに関しては多くの分野で書かれているが、本セミナーで扱うトピックに関しては:
 - Shift-share IV (Borusyak et al., 2024; Goldsmith-Pinkham et al., 2020)
 - DDIV (Hudson et al., 2017)
- RDD
 - Cattaneo et al. (2019): RDD の実践をほぼ網羅している

マッチングに関して

社会学においてしばしば観測される因果推論の誤解：

- 「OLS は相関しかわからない」「マッチング (e.g., 傾向スコアマッチング) は反実仮想アプローチで因果効果わかる」という誤解
 - 両手法とも selection on observables の仮定に基づく
- それではマッチングの利点とは？
 - 共通サポート (common support) 問題への注意を促す
 - 処置群・比較群の比較可能性を明示的に考慮

共通サポートに関して

応用計量経済学のマッチングに対する見方

- マッチングのみでは一定水準の雑誌掲載は困難
- 研究デザインがあって、そこにマッチングを組み合わせて使用することは多々ある
 - 例：Matched DiD (e.g., Aneja and Xu, 2022; Fenizia and Saggio, 2024)



Lukas Mergele
@LukasMergele

Real footage of a Phd student trying to match on observables.

#doitlike @KhoaVuUmn



Prince Charles

Male
Born in 1948
Raised in the UK
Married Twice
Lives in a castle
Wealthy and Famous



Ozzy Osbourne

Male
Born in 1948
Raised in the UK
Married Twice
Lives in a castle
Wealthy and Famous

6:51 PM - Dec 9, 2021



Khoa Vu
@KhoaVuUmn



2:14 PM - Aug 1, 2022



Jennifer Doleac
@jenniferdoleac

This is your regular reminder that propensity score matching is typically not a good way to measure causal effects.

Yes there are exceptions. Whatever you want to do probably isn't it.

12:32 AM - Sep 16, 2020



加藤まさひろ
@kato_jp

真面目に因果推論をしようと思ったら、IPS (IPW) 推定量やdoubly robust推定量よりも、線形回帰モデルやパネルデータの使い方を慎重に考えるべきなのに、色々ずっ飛んでそういうのに行くのは、普通の素振りもできないのに王貞治や落合博満やイチローの真似をしているのと同じだと思っています。

[Translate post](#)

8:34 PM - Apr 13, 2024 - 16.5K Views

因果効果を探る方法

因果効果を探る方法：

- 実験データ：ランダム化比較試験（RCT）
- 観察データ：共変量調整型
 - 共変量に条件つけた上で、処置変数が無作為であればマッチング、OLSなどで推定
- 観察データ：準実験・(不)自然実験アプローチ
 - 単純に固定効果を入れるのと何が違う？
 - 準実験・(不)自然実験アプローチ: ターゲットパラメータがある・識別仮定がハッキリしている
 - 個人がコントロールできない「外生的」な要因を利用：イベント、天気の変動、あるいは制度変更など
 - 70歳での医療額が減る ⇒ 比較：70歳前後の個人 (Shigeoka, 2014)
 - 「何に対して」外生なのか？ 条件付けに外生なのか？ については後に詳しく議論
 - 処置前の処置群・比較群間に差異がない
 - 何に対する差（共変量のレベル・結果変数のトレンド）なのかはデザインによって異なる
 - ただし、政策の内生性 (Besley and Case, 2000)、割当メカニズムの不明確さ (Keele et al., 2020)（多くの場合 DiD）があると、**不**自然実験

信頼性革命

「信頼性革命 (credibility revolution)」 (Angrist and Pischke, 2008) :

- 共変量による交絡要因の統制よりも、デザインによる交絡の統制
- 処置群と比較群の比較可能性：統計モデルよりリサーチデザインを重視
- **処置変数の変動がどこからきているか・割当メカニズムの理解**

⇒ ドメインスペシフィックな知識（制度的背景）の重要性

- 例：医療大麻合法化がメキシコ麻薬組織の活動に打撃を与えることを検討する際に、医療大麻合法化が犯罪率に対して内生的に導入されていない/医療的な目的で導入されていることを議論 (Gavrilova et al., 2019)
- 換言すれば、「それっぽい推定結果」が出ていても、制度的な説明が十分ではないと説得的ではない！

「原因」と「結果」を捉え方

「原因」と「結果」を捉える上で大きく2つの枠組みがある

- **原因**の結果 (effects of causes):
 - 処置 (独立) 変数の視点 → 結果変数を考える
 - * 処置変数以外にはあまり関心がない (その他の共変量はあくまで統制変数)
- **結果**の原因 (causes of effects):
 - 結果変数の視点 → 独立変数を考える

「結果の原因」と「原因の結果」の関係 (Gelman and Imbens, 2013) :

- 「結果の原因」から問を立てるが、「結果の原因」から因果推論を行うのではない
- 「なぜ」(結果の原因) から問いを立て、「もし~ならば」(原因の結果) の問いの動機づけをする

(不) 自然実験アプローチを行う上で必要な研究志向

単一のデータセットのみを用いた分析からの脱却：

- 例：GSS データを用いて、個人の人種に対する態度を個人の属性やその他の態度や認識に回帰

$$\underbrace{y}_{\text{Race attitude}} = \beta_0 + \beta_1 \underbrace{x_1}_{\text{Education}} + \beta_2 \underbrace{x_2}_{\text{Income}} + \beta_3 \underbrace{x_3}_{\text{Diversity attitude}} \dots + \epsilon$$

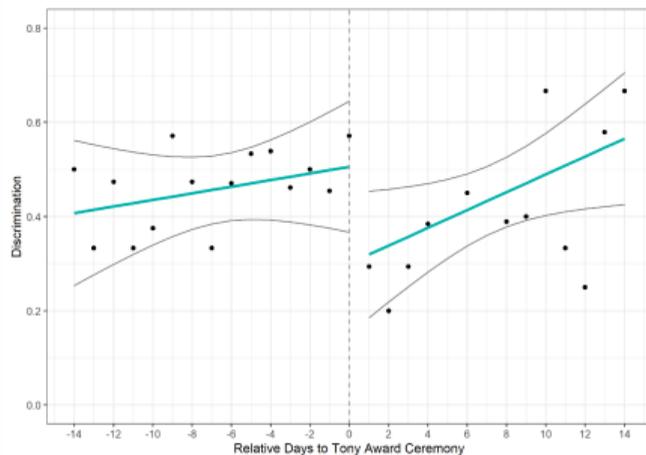
外部要因への注目 ⇒ 複数のデータを組み合わせる：

- 例：Diversity attitude を外部から変えるような要因を探る

⇒ 既存の調査データを用いながらオリジナルな分析

人種的マイノリティが活躍するミュージカルが 2016 年にトニー賞を受賞したことを利用 (Ikeuchi, 2023) :

- 2016 年の GSS データを用いて、トニー賞受賞以前に調査を受けた人に比べて、以後に調査を受けた人は、黒人の不平等は差別によるものではないと考えるようになることを明らかにした
⇒ 多様性を進める取り組みをすると、人種差別がなくなったと認識するようになる



Discrimination

- 調査日とイベントのタイミングを利用した Unexpected Event during Survey Design (UESD) (Muñoz et al., 2020, ある状況下では回帰不連続デザインと同じ)

(不) 自然実験アプローチを行う上で必要な研究志向

外部要因への注目：複数のデータを組み合わせることについて

- 社会学研究において、複数のデータソースを統合する際にマルチレベルモデルが頻繁に使われる（例：個人を対象とする調査データと地域データの結合）。しかし、地域変数（例：経済状況、人種構成、移民比率など）そのものが内生的であることが多いため、単純に複数のデータソースを組み合わせるだけでは不十分である。

(不) 自然実験アプローチと研究デザイン

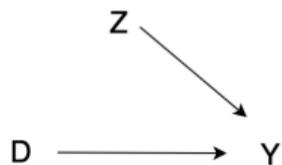
因果推論で用いられる主要な研究デザイン：

- 回帰不連続デザイン (RDD)
 - 処置変数の割り当てメカニズム = ランニング変数
 - 閾値 (カットオフ) 付近での局所的な因果効果を推定
- 操作変数法 (IV)
 - 処置変数の割り当てメカニズム = 操作変数
 - 操作変数によって動かされた内生変数における局所的な因果効果を推定
- RDD と IV の共通点：
 - ランニング変数・操作変数 = 内生変数を擬似的に無作為化する
RDD にはシャープとファジーがあり、ファジー RDD は IV と同等である
- 差分の差分法 (DiD)
 - 処置変数の割り当てメカニズムを考えない (強いて言えば selection on unobservables)
 - 識別仮定: 平行トレンド仮定 = **結果変数**に置かれる
 - 内生変数を無作為するという発想に立っていない

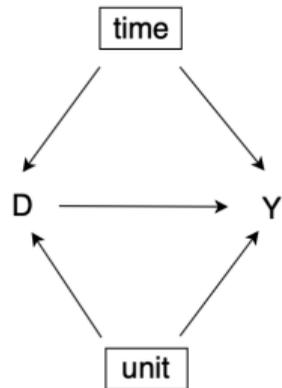
*DiD は RDD と IV に比べて大きく異なる発想に基づいている。しかし、本セミナーでは DiD の延長として IV (Bartik IV / DDIV) を考えることにするため、順序は、RDD, DiD, IV (の一部) と進める。

各研究デザインとデータ生成過程

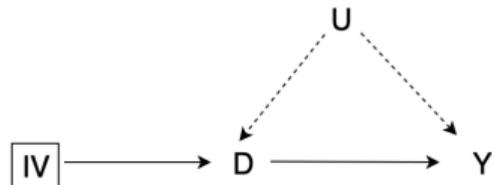
Randomized Control Trials



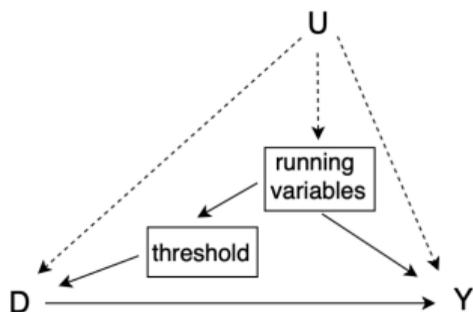
Difference-in-Differences



Instrumental Variable Design



Regression Discontinuity Design



よく “Let data speak for itself” というが、全然違うやん！ 笑

各研究デザインと内的妥当性の程度具合

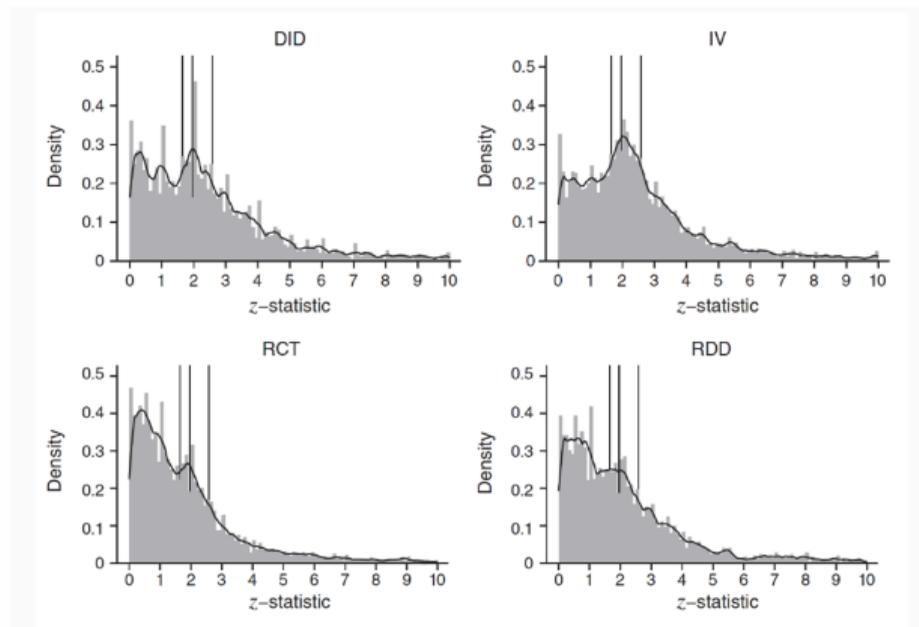


Figure: Source: Brodeur et al. (2020)

- 研究デザインによって恣意的な操作のしやすさが全く異なる・・・
 - RCT と RDD は同じくらいの内的妥当性
 - 一方、DiD と IV は恣意的な操作がしやすい

因果推論を理解するのに最低限必要な概念

Estimand: 関心のあるパラメータ (ターゲットパラメータ)

- 平均処置効果 (Average Treatment Effect, ATE)
 - 母集団全てを対象とした効果
- 処置群における平均処置効果 (Average Treatment Effect on the Treated, ATT)
 - 処置を受けた母集団における効果
- 局所的平均処置効果 (Local Average Treatment Effect, LATE)
 - RDD: カットオフ周辺における処置効果
 - IV: 操作変数によって行動変容が促された個体 (complier と呼ぶ) における処置効果
 - 内的妥当性: ATT・ATE・LATE あり
 - 外的妥当性: ATT は処置を受けてない母集団に関しては当てはめることは保証しない。従って $ATT \neq ATE$ となることがある。この場合においては、ATT は外的妥当性は持たない。LATE に関しても外的妥当性は保証されない。

潜在結果変数：

- (観測できる) 結果変数 Y_i
- 潜在的結果 (potential outcomes): i さん (個人、地域、組織) の**全く同じ時間における2つの別々の世界の状態**

Y_i^1 : i さんが処置を受けた世界の状態下での潜在結果

Y_i^0 : (同じ) i さんが処置を受けなかった世界の状態下での潜在結果

処置変数 D_i : 処置を受ける $D_i = 1$ 、処置を受けない $D_i = 0$

(シャープ) 回帰不連続デザイン (RDD)

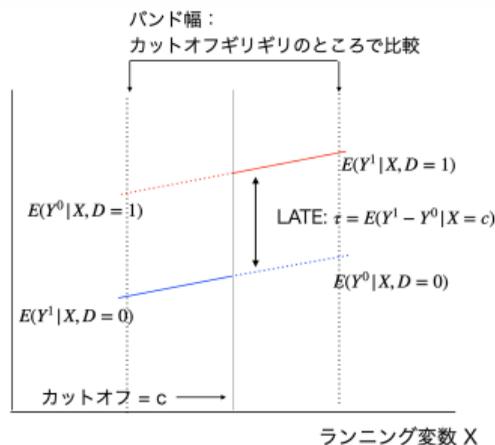
処置の割り当てが連続変数のカットオフによって決定される状況を考える：

$$D_i = \begin{cases} 0 & \text{if } X_i < c \\ 1 & \text{if } X_i \geq c \end{cases} \quad (1)$$

X_i はランニング変数、 c はカットオフ (処置割当のルール)

$$\mathbb{E}(Y_i|X_i) = \begin{cases} \mathbb{E}(Y_i^0|X_i) & \text{if } X_i < c \\ \mathbb{E}(Y_i^1|X_i) & \text{if } X_i \geq c \end{cases} \quad (2)$$

局所平均処置効果 (LATE) / 条件付き平均処置効果 (CATE) = カットオフ付近での処置効果



RDD を回帰分析で捉える

RDD を回帰の枠組みで示すと：

$$Y_i = \alpha + \tau D_i + \beta_1 (X_i - c) + \beta_2 D_i (X_i - c) + \epsilon_i \quad (3)$$

関心のあるパラメータ： τ

RDD の重要な仮定：

- **連続性の仮定**：カットオフにおいて潜在結果 $\mathbb{E}(Y_i^1 | X_i = x)$ と $\mathbb{E}(Y_i^0 | X_i = x)$ は連続であり、処置以外の要因では不連続にならない
⇒ 偽のカットオフで検証してジャンプが起きないことを確認（プラセボテスト）

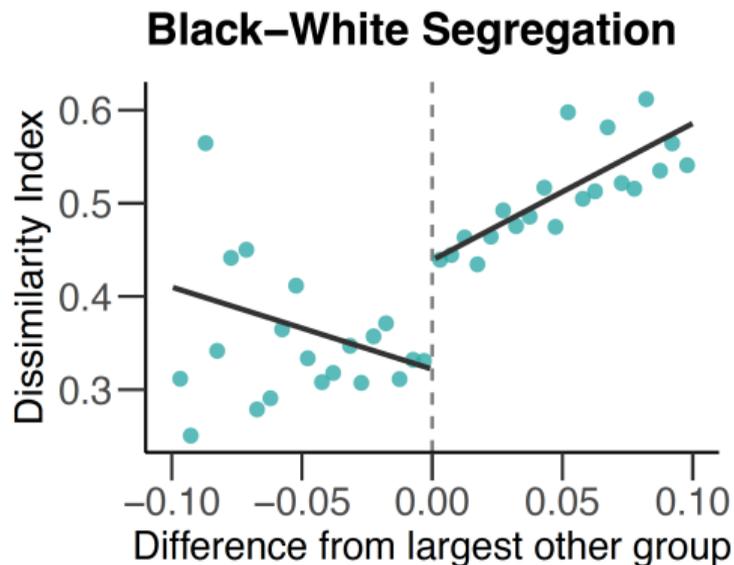
実践的な点として：

- カットオフ付近のデータのみを使用 ⇒ バンド幅を変えることでの頑健性チェック
- 関数形の柔軟性 ⇒ セッティングによるが、ランニング変数を線形と二乗項でフィット
- カットオフ周辺で共変量のバランスチェック = カットオフ付近で処置群と比較群が比較可能
- カットオフ周辺で操作 (manipulation) がない ⇒ Density test を行う

社会学者が応用可能な RDD セッティング：人口の分布を利用

人口規模が少数集団間で転換することを利用 (Ikeuchi and Kamada, 2024)：

- 黒人と他のマイノリティ集団の人口規模の転換周辺において白人と黒人の住居の棲み分けが観測
⇒ 関心のある集団（この場合、黒人）の規模のみならず、他の集団との相対的な規模（i.e., ランク = 参照依存）も、住居の棲み分けに対して重要



社会学者が応用可能な RDD セッティング：調査データ内で分析可能

男女間賃金差を利用した RDD (Bertrand et al., 2015)：

- 夫婦において妻の収入が 50%を少し超えたところで、妻の収入シェアの分布が急激に減少
⇒ 性別役割分業意識を捉えている

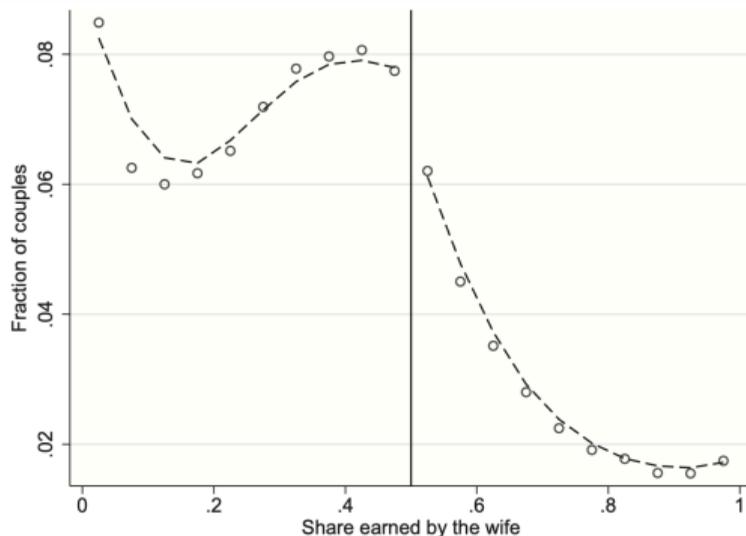


FIGURE I

Distribution of Relative Income (SIPP Administrative Data)

RDDの実行可能性

- 利点：RCTと同様の内的妥当性。p-hackingなどの恣意的な分析が困難。
- 不利点：カットオフ付近でたくさんの観測数が必要 ⇒ 実行可能性が低い

実行可能性が高いデザインは・・・

- ベストではないが、実行可能性が高い分析は・・・
⇒ DiD



DiD を行うのに必要なデータ

DiD を行うのに必要なデータ

- ① 処置群と比較群
- ② 処置が導入された前後

ではどのようなデータを使うことができるのか？

- **パネルデータ**: 同一の個体に対して複数の時点に渡って変化を記録したデータ
 - ある調査の年以降にある集団で処置が入る
- **繰り返しクロスセクショナル・データ**: 異なる時点のクロス セクショナルデータを集計したデータ (同じ母集団を対象とし、異なる時点で異なるサンプルのデータ):
 - ある調査の年以降にある集団で処置が入る
 - 仮定: 処置前後でサンプル構成が変わらないこと
- **クロスセクショナル・データ**:
 - あるコーホート以降にある集団で処置が入る

差分の差分法 (DiD)

標準的な DiD のセットアップとして 2×2 の DiD を考える

2 グループ:

- $D = 1$: 処置グループ
- $D = 0$: 比較グループ

2 期間:

- $t = 0$: 処置前
- $t = 1$: 処置後

DiD: 結果変数の

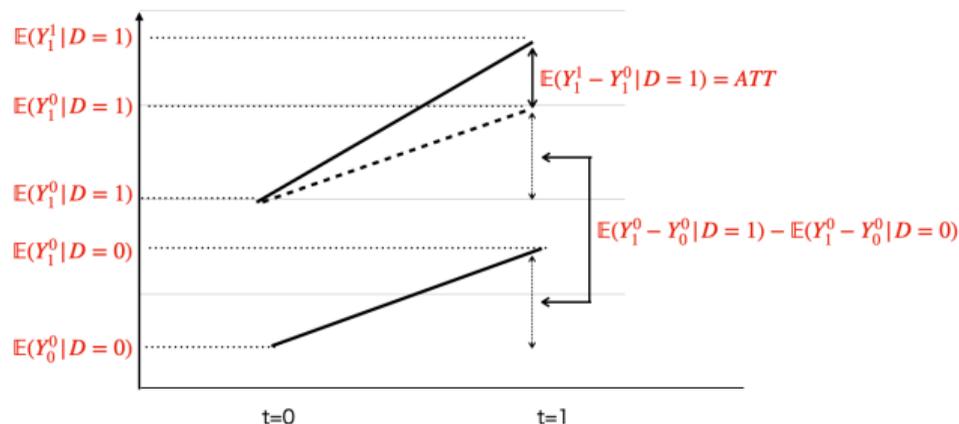
- ① 差の (Difference-in): **処置群内・比較群内**における処置が導入される**前後比較**
- ② 差 (Differences): **処置群と比較群間の比較**により因果効果を識別

$$\begin{array}{c} \text{処置群・比較群間の差} \\ \hline \underbrace{\text{処置群内における 1 期・0 期の差}} \quad \underbrace{\text{比較群内における 1 期・0 期の差}} \\ \hline \mathbb{E}(Y_{i1}|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_{i0}|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_{i1}|D_i = 0) - \mathbb{E}(Y_{i0}|D_i = 0) \end{array} \quad (4)$$

処置群における平均処置効果 (ATT): 処置後における処置群の結果とその処置群が仮にも受けなかったときの潜在的な結果の期待値の差

$$ATT = \mathbb{E}(Y_{i1}^1 - Y_{i1}^0 | D_i = 1) \quad (5)$$

DiD: 平行トレンドの仮定

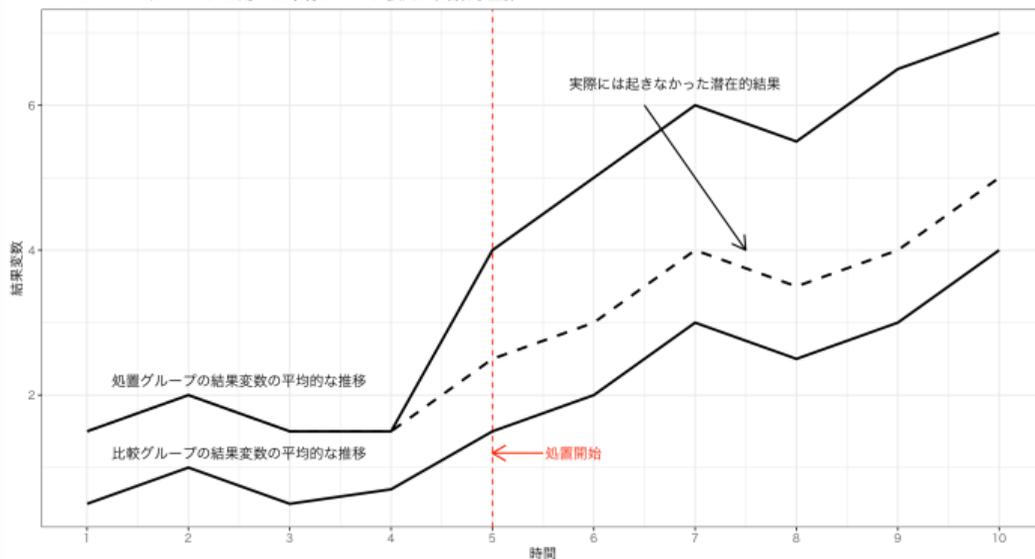


平行トレンドの仮定が満たされれば 0

$$ATT = \mathbb{E}(Y_{i1}^1 - Y_{i1}^0 | D_i = 1) + \underbrace{\mathbb{E}(Y_{i1}^0 - Y_{i0}^0 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_{i1}^0 - Y_{i0}^0 | D_i = 0)}_0 \quad (6)$$

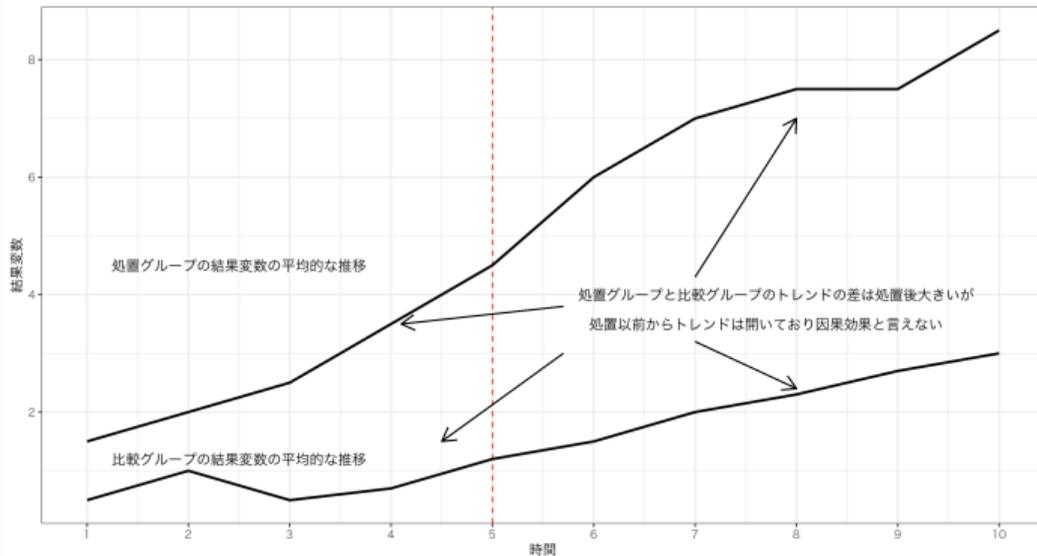
- 平行トレンドの仮定が満たされる: 処置が介入されなければ処置グループの結果と比較グループの結果にトレンドの差異がない
- $\mathbb{E}(Y_{i1}^0 - Y_{i0}^0 | D_i = 1)$: 処置グループに仮にも処置が割り当てられなかったときの1期と0期における潜在的結果の期待値の差 (観察できない)

シミュレーションデータを用いた平行トレンド仮定の図解的理解



- **処置効果** = (処置グループにおける処置前後の結果変数の平均差) - (比較グループにおける処置前後の結果変数の平均差)
- 処置前: 処置グループと比較グループの結果変数の平均的なトレンド（傾き）が等しい（ただしレベルは異なる）
- 処置後: 処置グループにおいて結果変数のトレンド（傾き）は比較グループのそれよりも大きい

シミュレーションデータを用いた平行トレンド仮定が成立していない図解的理解



- **処置後:** 処置グループの傾きは比較グループのそれよりも大きい
- **処置前:** 処置グループの傾きはすでに大きい = **処置以前の結果変数のトレンドが処置グループと比較グループで異なっている**
- 処置の因果効果とはいえず、**既存のトレンドによって引き起こされる**

DiD を回帰分析で捉える

標準的な DiD: 2×2 (2 期間 ×2 グループ)

$$Y_{it} = \alpha + \delta D_i \times Post_t + \mu D_i + \gamma Post_t + \epsilon_{it}. \quad (7)$$

- 関心のあるパラメータ: δ
- D_i : 処置を受ければ 1、受けなければであれば 0 を取るグループダミー
- $Post_t$: 処置後であれば 1、処置前であれば 0 を取る時間ダミー

多くの応用: 複数の期間・複数のグループ

- (ある一定の条件下で) 個体固定効果と時間固定効果を含めた固定効果モデル (two-way fixed effects, TWFE) が使用可能

$$Y_{it} = \delta D_i \times Post_t + \mu_i + \gamma_t + \epsilon_{it} \quad (8)$$

- μ_i (個別固定効果): 時間 t に依存しない個体 i 特有の効果 = 個体の切片を固定
- γ_t (時間固定効果): サンプル全てに共通するその時期 t の効果を捉える (e.g., 景気などのマクロショック)

DiD を回帰分析で捉える

式 7 が複数期間・複数グループから成り立っているとしよう。そのとき：

Q: 式 7 で $D_i(\mu)$, $Post_t(\gamma)$ をそれぞれ加えること、式 8 で μ_i と γ_t を加えることの違いとは？

A: 式 7: $D_i(\mu)$ は、処置群・比較群間の違いを拾っているが、処置群内・比較群内の異質性がないことを仮定している。同様に、 $Post_t(\gamma)$ で処置以前・以後間の違いを拾っているが、処置以前内・処置以後内の時間効果は異質性がないことを仮定している。

式 8 : μ_i は、ユニット間の恣意的な異質性を拾い、 γ_t は、ピリオド間の恣意的な異質性を拾う。

平行トレンドの解釈

平行トレンド仮定：

- 処置がなかった場合、結果変数の**トレンド**は処置群と比較群で潜在的に同じように挙動する。

Q: 処置がなかった場合、結果変数の**レベル**が処置群と比較群が潜在的に同じであることは必要とする？

A: レベルが同じである必要はない。なぜなら、 D_i を含めることで元々の集団間のレベルの違いをコントロールしているため。より一般的に言えば、個体の固定効果 (μ_i) を含め、各ユニットの切片を固定することで、ユニット間の元々のレベルを一定にしている。

Q: 平行トレンド仮定を欠落変数で考えるとどういう意味であるか？

A: ユニットの固定効果を条件づけた上で、処置変数は結果変数のトレンドに対して外生的である。**平行トレンド仮定は、トレンドに関する欠落変数バイアスがない**ことを意味する。

トレンドに関するバイアス

考えてみよう

分析者は、新幹線の開通が経済発展にもたらす影響を差分の差分法を用いて検討しているとしている。新幹線をどこに建てるかは外生的ではなく内生的に決まっていると考えたとき、分析者は次の記述のうちどちらを気にするべきだろうか：

- ① 新幹線は経済成長すると見込まれるところに作られるため内生性に対応しなければならない。
- ② 新幹線は経済状況が良いところに作られるため内生性に対応しなければならない。

イベントスタディ分析

平行トレンド仮定は、反事実を含むため、実際に観察することは不可能。ただし、仮定の含意を間接的に検証することは可能。回帰分析を通じて示すためにイベントスタディ分析を見てみよう

イベントスタディ分析: 動学的な DiD 効果を推定

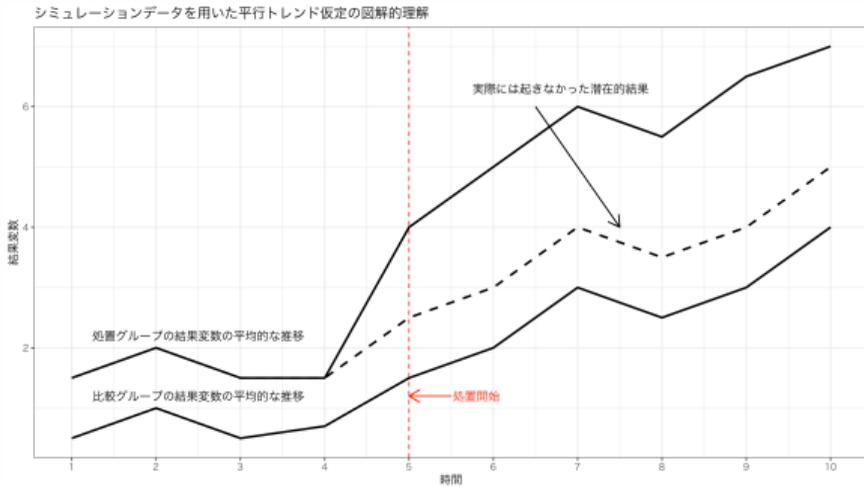
- 平行トレンドの仮定の間接的検証: 「未来」の処置変数を用いて処置が入る前の結果変数の挙動を見る
 - 処置が割り当てられる前なので、処置効果があるのあれば結果変数には影響し得ない。従って、係数は小さく有意ではない
注意: 平行トレンドの仮定を間接的に検証するためには少なくとも 3 期分のパネルデータが必要
- 処置の長期的効果の検証: 「過去」の処置変数を用いて処置が入った後の結果変数の挙動を見る

イベントスタディ分析

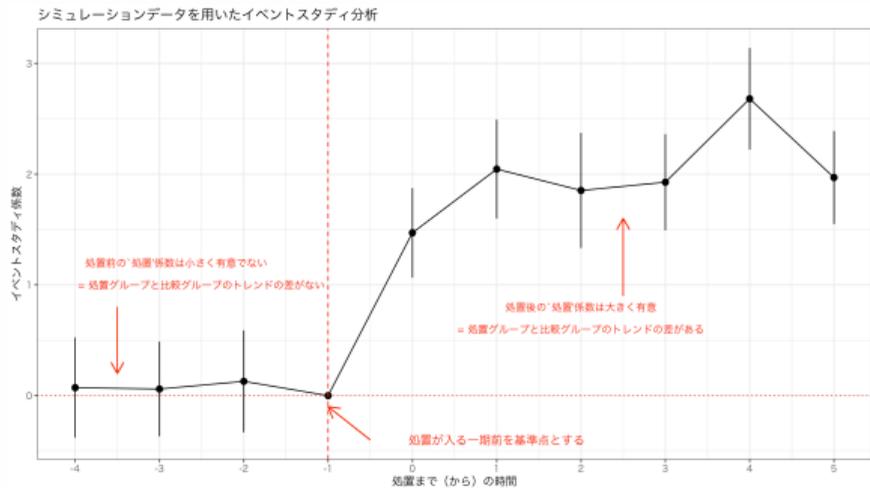
$$Y_{it} = \sum_{-k, \tau \neq -1}^l \alpha_{\tau} D_i \times \mathbf{1}(\tau = t - \text{treat time}) + \mu_i + \delta_t + \varepsilon_{it}. \quad (9)$$

- 処置開始のタイミングで時間の標準化 ($\tau = \text{calendar time} - \text{treat time}$): 処置時期を 0、その一期後を 1, その一期前を -1... とする
- $D_i \times \mathbf{1}(\tau = t - \text{treat time})$: 処置以前 $-k$ 期より処置以後 l までのイベントスタディダミー変数
 - 該当する期に対して 1、それ以外は 0 を取るダミー変数
- ユニットの固定効果を含めた上で、全ての期の処置変数を放り込むと完全な多重共線性が生じるため、1 つ処置変数を抜く (通常処置 1 期前)

処置グループと比較グループの結果変数のトレンドを raw data でプロットしたもの



イベントスタディ分析による推定値と 95%信頼区間



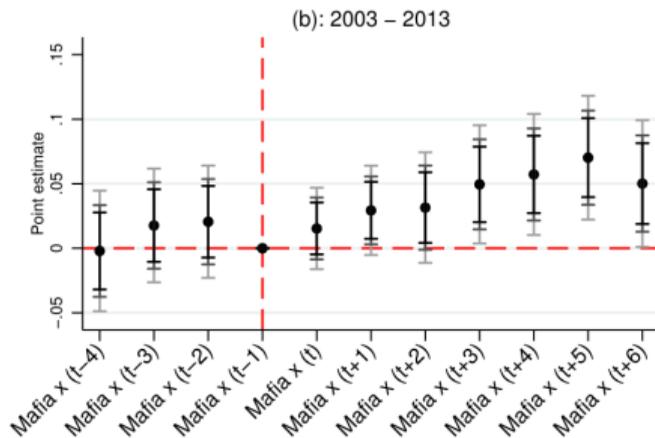
たまにある誤解

「DiD・イベントスタディ分析で、同時性バイアス（例：警察の増員が犯罪を減少させる一方、犯罪の増加が警察の増員を招く）に対応できる」という主張は誤り。

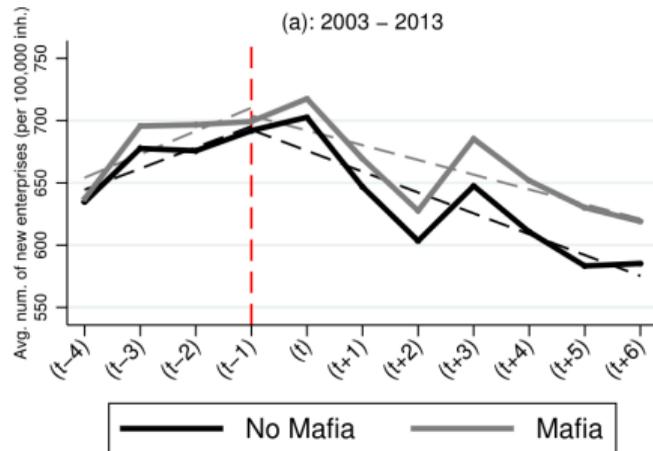
ただし、処置前のトレンドの挙動が処置群と比較群で平行であることを確認することで、内生性の懸念が比較的小さいことを示唆することは可能（あくまでも suggestive であることを強調！）。

何と何を比較するのかを明確に！

Le Moglie and Sorrenti (2022) は、マフィアが合法的ビジネスに関与しているかを検証した。しかし、マフィアの行動そのものは内生的である。これを検証するために、マフィアの行動を外生的に変えるショックとしてサブプライム住宅ローンによる経済ショックを利用し、マフィアが活発な地域とそうではない地域での、新規企業数の変化を分析した。



- **Q:** このイベントスタディ図はどう解釈するべきだろうか？ 不景気後に（マフィアが活発な地域で）新規企業数が増えた？



- サブプライム住宅ローン危機後に (ii) マフィアが多い地域はマフィアが少ない地域と比べて、企業数の減り方が緩やかだった（危機の負の影響が小さい） ことを明らかにした。
- 企業数が増えたではない！

別の角度からこの研究を見てみよう：

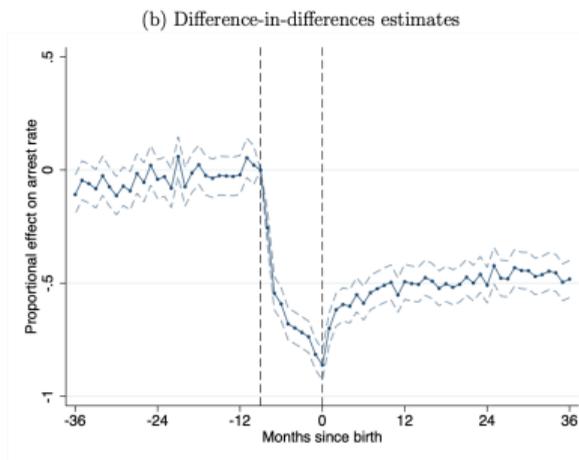
- 横断面のトリートメント：「マフィアの活動度合い」
 - 縦断面トリートメント：「経済危機」
- どちらの視点から考えている？

識別戦略 vs. 行政データ・・・！？ Massenkoff and Rose (ming)

個人の行動に対して外的な要素を探ると述べたが、個人レベルの処置変数と個人レベルの結果変数をイベントスタディで見ることもしばしばある。ただし、その場合、行政データなど質の高いデータが求められる可能性がある。

Massenkoff and Rose (ming) :

- ワシントン州の行政データを用いて、犯罪リスクの高い個人が子供を出産すると犯罪をしなくなることを明らかにした。
- ここで考えられる懸念は：
 - 犯罪行動の指標として逮捕データを用いる：逮捕データは、個人の実際の犯罪行動 + 警察の行動
 - 仮に出産したことにより治安の良い近隣に引っ越す場合、取り締まられる確率も低くなるため、警察の行動を含んだ推定値となる



プレ・ポストの期間をどうするか問題

処置前の期間：反実仮想（比較群）として適切か？

- 処置直前：処置直後に対して良い比較対象
- 十分に長い処置前期間：
 - 利点：十分に長いプレトレンド期間がある方が一般的には良い
 - 欠点：長すぎる場合、反実仮想として適切でない可能性
例：1980年代に人種関連の処置があり、結果変数も人種に関連するもの。ただし、1960年代に公民権運動がある場合は、1960年以前は使えない。

処置後の期間：長期効果を考慮する場合

- 経済学では半世紀・数世紀にわたる長期効果の研究が盛んに行われている
- 欠点：平行トレンド仮定が成立しない可能性がある
 - 特に処置を受けるユニット数が少ない場合に顕著
 - 理由：長期間になればなるほど、別のショックによって結果変数の軌道が変わる可能性が高まる。処置を受けるユニット数が少ない場合、このような軌道の変化がより顕著になる。サンプルサイズが小さいため、個々のユニットの特異な変化が全体の傾向に大きな影響を与える。
- 長期効果を測る代替的なデザイン
RDD (Dell, 2010), zero-stage を利用した (Bartik 型) IV (Sequeira et al., 2020; Kamada, 2024), 一般的な IV (Acemoglu et al., 2001; Ang, 2023)

プレ・ポストの期間をどうするか問題

Q: プレトレンドのチェックが平行トレンド仮定の間接的な検証となると述べた一方で、処置後の期間が長いと平行トレンドが成り立たない可能性も指摘した。これらの記述（一方は処置前、もう一方は処置後に関する）は矛盾するか？

A: これらの記述は矛盾しない。

プレトレンドのチェック：処置前のトレンドを見ることで、処置群と比較群の結果変数が同じように変化しているかを確認。ここで言えることは、あくまでも「処置群と比較群の結果変数が処置前に同じように変化」していれば、**仮にも処置がなければ、潜在的には同じように変化し続けるでだろう**を意味する。したがって、プレトレンドのチェックは、平行トレンドを間接的に検証するための有効なツールではあるが、平行トレンドを保証するものではない。

時間を通じて変動する交絡要因

ユニットの固定効果を含めることで、時間を通じて変動しない観測されない異質性を統制することができた。ただし、DiDは**時間を通じて変動する交絡要因はない**ことを仮定している。時間を通じて変動する交絡要因に対する対策法をいくつか紹介しよう。

- 共変量を含める：
 - 欠点：固定効果が入っている以上、共変量は時間と共に変動するものである必要がある ($Z_{i,t}$)。しかし、共変量そのものが処置の影響を受けてしまう可能性があるため、bad control (post-treatment バイアス) となる。
 - 対策：処置が導入される前の共変量の値に固定し（時間で変動しない共変量とする）、時間固定効果と交差項を取る (e.g., $Z_i \times Time$ FE)。かなりゴリゴリに統制される (demanding である)。

時間を通じて変動する交絡要因

- ユニット別のトレンド (unit-specific time trends) を含める ($\sum_i \theta_i \times t$ 、ただし、 t は線形トレンド)
 - 利点：観測されない (線形) トレンドを統制する。平行トレンドが成り立たない時に有効。
 - 欠点：処置後のトレンド (DiD で関心のあるトレンド!) さえも統制してしまい、過剰統制バイアスを引き起こす。数年前まではよく使われていたが、最近では以前ほど推奨されない。
 - 解決法：Goodman-Bacon (2021) の detrend 方法：処置以前のパネルデータを用いてユニット固有のトレンドを推定し、全期間のパネルからフィットさせた分を引く。しかし、detrend された変数は、generated regressor となるので、仮説検定 (inference) に関しては注意が必要。
- DDD：次のページで詳しく見ていこう。

DDD: 時間を通じて変動する交絡要因への対処法

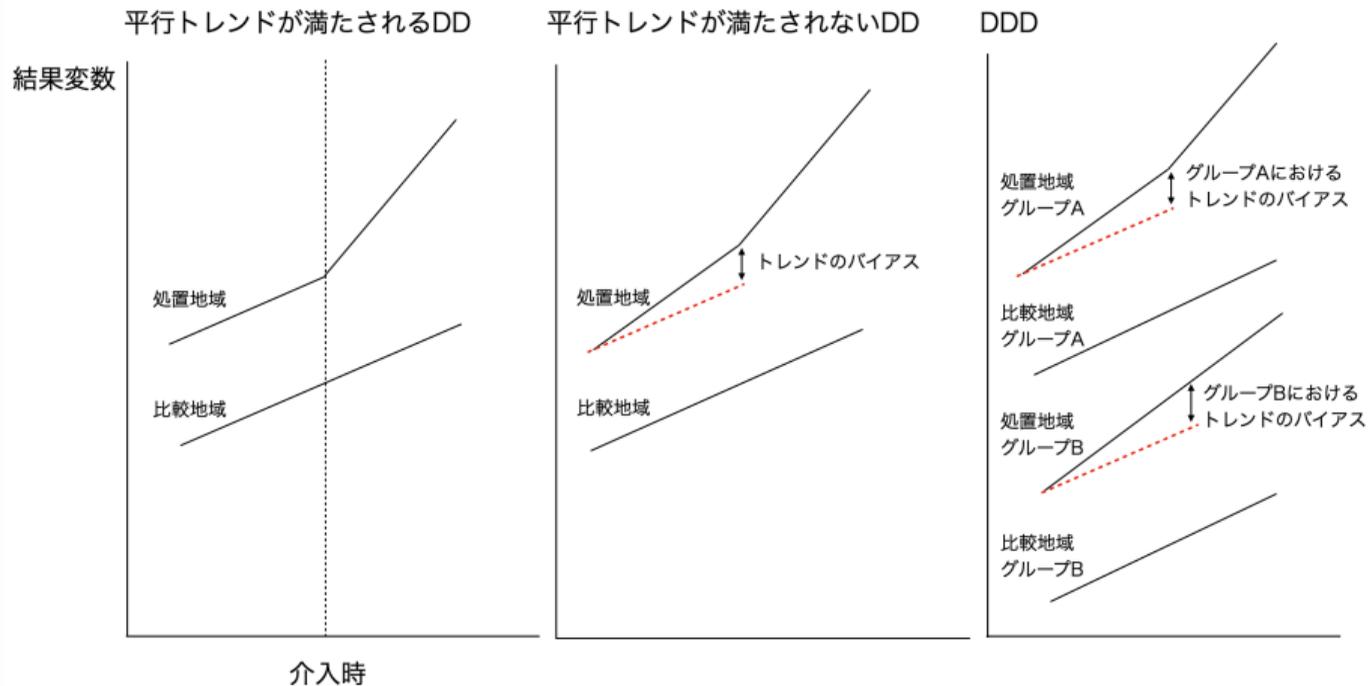
差分の差分の差分法 (Difference-in-Differences-in-Differences, DDD, Triple-D):

- 処置が起きた年に別のショックがある場合、前のページの対応策では対処不可能。ただし、関心のある処置は、ある集団にのみ導入されているが、もう片方のショックは全ての集団に影響がある場合 ⇒ ある条件下で DDD が使える
- (トレンドの) 交絡がある = 平行トレンドが成り立たない ⇒ ある条件下で DDD が使える

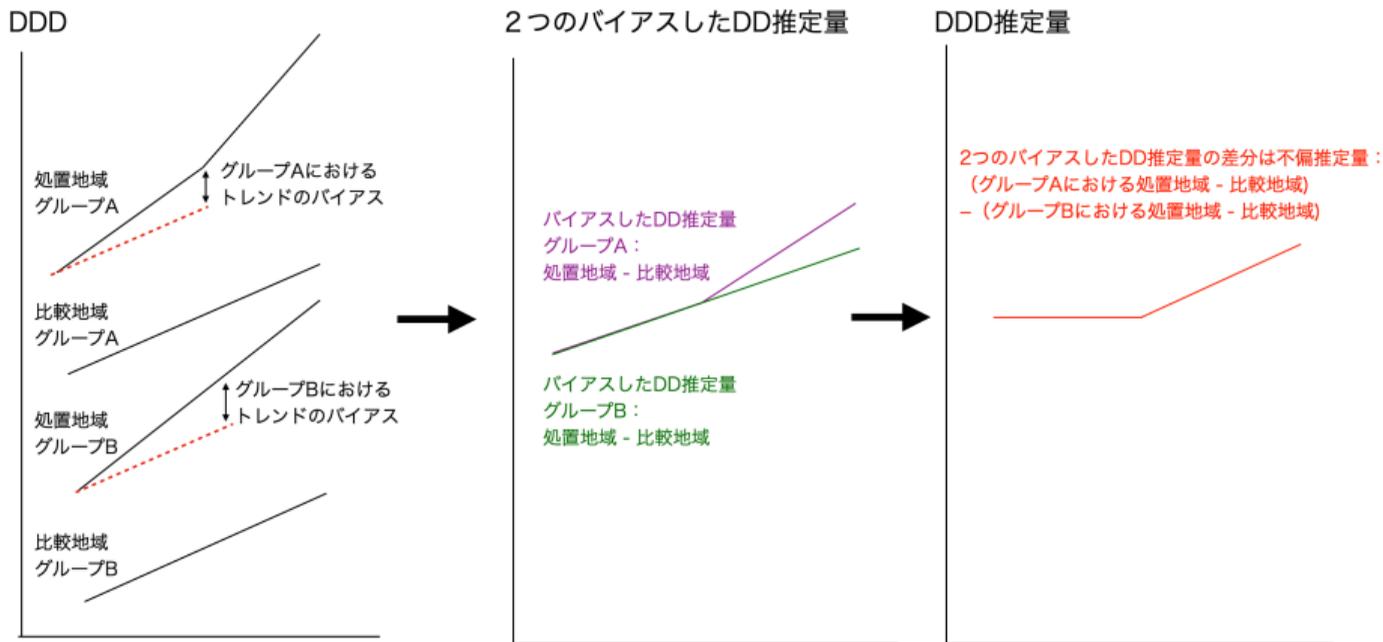
その条件とは：処置内（例えば地域）である集団（グループ A）は処置を受け、別の集団（グループ B）は処置を受けないとする。この場合、グループ B に対して zero effect assumption を仮定すれば、DDD が使える。

⇒ 二集団のバイアスした DD 推定量の差は、不偏推定量となる (Olden and Møen, 2022)

DDD: 時間を通じて変動する交絡要因への対処法



DDD: 時間を通じて変動する交絡要因への対処法



(誤った DDD の概念図) Hoffmann and Velasco (2023). "Policy Effects on Mixed-Citizenship, Same-Sex Unions: A Triple-Difference Analysis." Social Forces.

DDD: 時間を通じて変動する交絡要因への対処法

シンプルなケースを考えよう。地域 i 、集団 j 、時点 t とする：

$$y_{i,j,t} = \alpha_0 + \alpha_1 D_i + \alpha_2 Post_t + \alpha_3 G_j + \alpha_4 D_i \times G_j + \alpha_5 G_j \times Post_t + \alpha_6 D_i \times Post_t + \alpha_7 D_i \times G_j \times Post_t + \epsilon_{i,j,t}. \quad (10)$$

DD with treatment effect heterogeneity : α_6 と α_7 をどう解釈する？

- α_6 : $G_j = 0$ における処置効果
- α_7 : $G_j = 0$ における処置効果が、 $G_j = 1$ では α_7 だけ異なる (G による処置効果の異質性: treatment effect heterogeneity)。 $G_j = 1$ の処置効果 : $\alpha_6 + \alpha_7$

DDD : α_6 と α_7 をどう解釈する？

- α_6 : (zero effect assumption より) 処置群を受けた地域 i における時間で変動する交絡要因 (関心のある処置以外に発生した別のショック)
- α_7 : $G_j = 1$ における処置効果！
 - α_6 が交絡要因である以上、 $\alpha_6 + \alpha_7$ をする意味はない

DDD: 時間を通じて変動する交絡要因への対処法

DDD における平行トレンドとは？

- **集団間 (G_j) の結果変数のトレンドが、処置地域と比較地域で潜在的に同じ**
満たされなければならない平行トレンドは1つ！

それでは $G_j = 0$ が処置を受けていないことを強く正当化できない場合は？

DD with treatment effect heterogeneity

- $G_j = 0$ の DD 推定値 (α_6) と $G_j = 1$ の DD 推定値 ($\alpha_6 + \alpha_7$) を求める。

Q: 満たすべき平行トレンドは？

A: $G_j = 0$ における平行トレンド、 $G_j = 1$ における平行トレンドの2つ。

DDD：追加的な交絡要因を消す目的の場合

- DDD が使える条件： $G_j = 0$ の処置効果がゼロ（プラセボグループ）であることを事前に正当化する必要がある
- 計量経済学的に α_6 が (i) $G_j = 0$ の処置効果なのか、(ii) 処置を受けた地域特有の時間で変動する交絡なのかを識別することは不可能
⇒ 解釈をするために、制度的な背景（ドメインスペシフィックな知識）や理論が必要！

識別仮定：

- DDD の方が、DD with treatment effect heterogeneity よりも仮定が弱い

制度的背景：

- DDD の方が、DD with treatment effect heterogeneity よりも仮定が強い
実は IV の exclusion restriction と同じくらい強い仮定かもしれない (Besley and Case, 2000)。

例：Kamada (2023) は、クラックコカインという、黒人コミュニティにて問題が顕在化した（白人コミュニティでは顕在化がほとんどされなかった）薬物が 1980 年代にアメリカの都市部に蔓延した直後、黒人の郊外化が 20 年以上にわたって長期的に進行し、約 100 万人の黒人の大規模な移動が起きたことを、DDD を用いて示した。

DDD: 追加的な交絡要因を消す目的の場合

Khoa Vu
@KhoaVuUmn



4:54 AM · Nov 24, 2022

Zero effect assumption が満たされるのであれば、ゴリゴリに FE を入れられる。

DDD: 追加的な交絡要因を消す目的の場合

$G_j = 0$ について zero effect assumption が満たされるのであれば、ゴリゴリに FE を入れられる：

$$y_{i,j,t} = \mu_{i,j} + \mu_{j,t} + \mu_{i,t} + \tilde{\alpha} D_i \times G_j \times Post_t + \tilde{\epsilon}_{i,j,t} \quad (11)$$

- 処置は地域 i レベルで入っているが、地域の中に集団 j レベルが含まれるので、 $\mu_{i,t}$ を入れても、 $D_i \times G_j \times Post_t$ に関しては、完全な多重共線性は発生しない。しかし、 $D_i \times Post_t$ は落ちるため、その係数は推定されない。
 - $\mu_{i,t}$: 地域 i で時点 t において変動する観測されない異質性（例えば、集団間では影響が変わらない政策導入やその他のショック）
 - $\mu_{i,j}$: 地域 i かつ集団 j に対するもともとある観測されない異質性（例えば j が人種であれば地域 i にもともとある人種 j に対する態度・差別など）
 - $\mu_{j,t}$: 時間 t と共に変わる集団 j 特有の異質性（集団 j に対する国全体の態度やそれに伴う結果変数の変動）
- ただし、3つ目の変動が地域レベル i で変わる場合は、 μ_i に加えて、 $\mu_{i,t}$ と $\mu_{i,j}$ は含まれない。

考えてみよう

A: 分析者は、ある地域である年に、女性労働に関する政策が導入されたことが女性の労働供給に与える影響を分析しようとしている。分析者は、処置地域・比較地域の前後比較の DD に加えて、女性限定の政策であることから、地域内にいる男性を追加的な比較群にする DDD を検討している。このような政策の分析において DDD を使うことは妥当であろうか。

Q: おそらく妥当ではない。なぜなら、女性の労働供給に影響を与えた結果、その波及効果（一般均衡効果）として男性の労働供給にも影響を与える可能性があるため。因果推論の用語で言えば、STUVA が満たされない、ということになる。

Stable Unit Treatment Value Assumption (SUTVA):

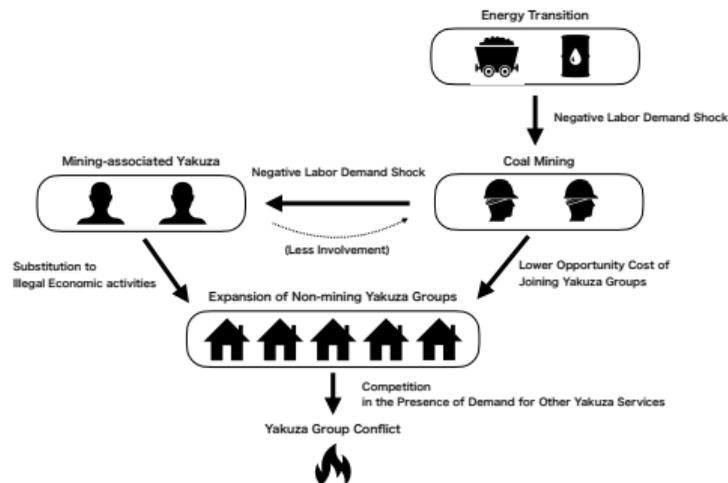
- 処置グループと比較グループの相互作用がないこと (no interference): 潜在結果が他のユニットの処置状態に依存しない。波及効果がないこと。処置グループと比較グループに相互作用がある場合、処置群の行動（処置効果）は比較グループの行動にも影響するため、比較群として機能しない。

DDD：対立するメカニズムの検討

Kamada (2024) は、1962 年の石油の自由化によりヤクザの活動が活性化し、その効果が半世紀にわたって持続していることを示した。短期効果について 2 つの対立するメカニズムがある。

- 機会費用の経路：炭鉱労働者が職を失い、犯罪に対する機会費用が低下し、暴力団に加入する
- 代替効果の経路：炭鉱ヤクザが炭鉱業からシノギを得られなくなるにより違法行為に代替する

DDD を使ってチャネルを識別してみよう



DDD：対立するメカニズムの検討

$$y_{i,t} = \beta_1 \text{mine}_i \times \text{post}_t + \beta_2 \text{yakuza}_i \times \text{post}_t + \beta_3 \text{mine}_i \times \text{yakuza}_i \times \text{post}_t + \mu_i + \delta_t + \epsilon_{i,t} \quad (12)$$

mine_i : 炭鉱採掘の依存度

yakuza_i : エネルギー革命前に、炭鉱ヤクザがいたか否かを示す指標

β_1 : 炭鉱労働者の行動変容 (機会費用の経路)

$\beta_1 + \beta_3$: 炭鉱労働者 + 炭鉱ヤクザ の行動変容

$(\beta_1 + \beta_3) - \beta_1 = (\text{炭鉱労働者} + \text{炭鉱ヤクザ}) - \text{炭鉱労働者}$

$\beta_3 = \text{炭鉱ヤクザ}$ の行動変容 (代替効果による経路)

* しかし、ここでの仮定も同様に STUVA・・・ですが、流石に許してください笑

(少なくとも今のところ一人にしか指摘はされていない)

Continuous DiD: 横断面のバリエーションが連続変数

Binary DiD:

- これまでの議論：処置変数は $D_i \times Post_t$ としたときに処置を受ける群であれば $D_i = 1$ 、受けなければ $D_i = 0$ という具合で、横断面 (cross-sectional variation) のバリエーションがダミー変数
- しかし、日本の法律変化は、全国一括で導入される一般的である。このような場合、処置変数は縦断面 (time-series variation) のバリエーションしかないことになる。
- 絶対にしてはいけないこと！： $y_{i,t} = \beta Post_t + \mu_i + t + \epsilon_{it}$ (ただし、 t は線形トレンド) のような分析を行ってはならない！ 理由は [DiD を回帰分析で捉える・TWFE と DiD](#) を参照。

Continuous DiD:

- どのような地域 (あるいは、どのような集団) が処置により反応しやすいかを考える
- その上で、処置が導入される前の連続変数を用いて、continuous DiD を行う：
$$y_{i,t} = \beta Z_i \times Post_t + \mu_i + \mu_t + \epsilon_{it}$$
 Z_i は **処置以前に測定された連続変数**。処置後に測定すると bad control となるため
- より一般的には differential exposure design などと呼ばれる
- 前のページのエネルギー革命とヤクザの研究デザインも Continuous DiD

Continuous DiD

Continuous DiD の利点・不利点

- 利点：連続変数の分布にあまり依存しない。連続変数を使う別のアプローチとして、例えば、連続変数の中央値で処置をより多く受けた地域と少なく受けた地域を二値変数で分ける方法が挙げられる。しかし、このようなアプローチの場合、二値化する周辺にサンプルが多いと、二値化する閾値を少しずらすだけで処置群と比較群の構成が大きく変わるという弱点がある。
- 不利点：二値変数の DiD よりも強い形式の平行トレンドを仮定する。具体的には、低い値を取る地域の結果変数は、連続変数の高い値をとる地域の結果変数の反実仮想の結果変数となり、低い値を取る地域が仮に高い値を取る地域であった場合にも同じ処置効果であることを仮定する（処置効果の同質性）(Callaway et al., 2024)。残念ながら一般の平行トレンドと強い形式の平行トレンドは識別できない。
 - 対策方法 1：（問題点があることを認めつつ）二値化した分析を行う。
 - 対策方法 2: Shift-share 型の分析（のちに述べる）

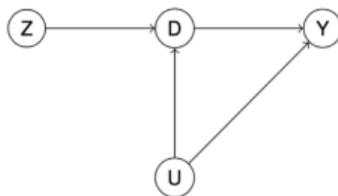
Staggered DiD: 処置のタイミングがユニットで異なる DiD

Staggered DiD:

- これまでは処置のタイミングは、処置を受ける群では同じである ($D_i \times Post_t$) セットアップの議論をしてきた。
- しかし、政策の導入は、地域によって異なる ($D_{i,t}$) ことが多い (アメリカの州別の法律・日本の都道府県別の条例)。
- このようなセットアップを staggered DiD を呼び、処置効果に異質性があると TWFE 推定量はバイアスする (Goodman-Bacon, 2021)。

操作変数法 (IV)

処置変数 (D) が操作変数 (Z) によって割り当てられている状況を考える (D も Z もダミーのケースを考える) :



Wald 推定量 :

$$\tau_{IV} = \frac{\mathbb{E}(Y_i|Z_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i|Z_i = 0)}{\mathbb{E}(D_i|Z_i = 1) - \mathbb{E}(D_i|Z_i = 0)} \quad (13)$$

局所平均処置効果 (LATE) = 操作変数の変化に応じて処置を受ける個体 (compliers) に対する処置効果

		Z=1	
		D = 1	D = 0
Z=0	D = 1	Always-Takers	Defiers
	D = 0	Compliers	Never-Takers

単調性の仮定 (Monotonicity)

- Defiers (IVがなければ処置を受ける天邪鬼) がいない

IV を回帰分析で捉える

処置変数 D が Y に与える因果効果を推定する際、 D が内生的である場合を考える ($\mathbb{E}(D_i, \epsilon_i) \neq 0$) :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 D_i + \epsilon_i \quad (14)$$

操作変数 (Z) の仮定 :

- ① **関連性の仮定 (relevance)** : Z は D に影響を与える ($\text{cov}(D_i, Z_i) \neq 0$)
- ② **除外制約の仮定 (exclusion restriction)** : D を通じてのみ間接的に Y に影響を与える ($\mathbb{E}(\epsilon_i | Z_i) = 0$)
* よくある誤解 : 「操作変数は結果変数には直接影響しない」は誤り !
正しくは : 「内生変数である処置変数を条件づけたとき、間接的には影響しない」
- ③ **単調性 (monotonicity)** : Z_i が D_i に与える影響は全ての個体で同じ方向

2 段階最小二乗法 (2SLS)

- ① 1 段階目の回帰 :

$$D_i = \alpha_0 + \alpha_1 Z_i + \mu_i$$

- ② 2 段階目の回帰 :

$$Y_i = \tau_0 + \tau_1 \hat{D}_i + \eta_i$$

IV を回帰分析で捉える

結果変数 (Y) を操作変数 (Z) に直接回帰する分析

Intent-to-Treat (ITT)、あるいは reduced-form 分析 ITT (reduced-form) :

$$Y_i = \gamma_0 + \gamma_1 Z_i + v_i \quad (15)$$

ITT が捉えているもの :

- IV によって動かされた D (コンプライアンスと呼ぶ) の割合を考慮せずに因果効果を推定
- ITT と LATE (Local Average Treatment Effect) の関係 :

$$\underbrace{\tau_1}_{\text{LATE (2nd Stage)}} = \frac{\text{ITT (Reduced-form)} \quad \underbrace{\gamma_1}}{\underbrace{\alpha_1}_{\text{1st stage}}} \quad (16)$$

* 「操作変数は結果変数には直接影響しない」のであれば、 $\gamma_1 = 0$ となるため、 $\delta_1 = 0$ となる。
実践的な点として :

- First-stage F 統計量で関連性の仮定を検証 \Rightarrow 一般的に 10 以上が望ましい
- **単調性の仮定の間接的な検証 : さまざまな共変量でサブサンプル分析を行い 1st stage の係数の向きが全てのグループで整合であるかをチェック**

操作変数差分の差分の法 (Instrumented Difference-in-Differences, DDIV)

前のページの IV デザインに時間の軸を加えて、操作変数が政策などのバリエーションが使えるとしよう。この場合、操作変数差分の差分の法 (DDIV) が使える。

通常の IV の仮定に加えて：

- 内生 (処置) 変数・結果変数に対する平行トレンド

Miller and Segal (2019) を例に考えてみよう：

- 警察署における女性警官採用に関連するアフターマティブカクシオン (AA) 導入 \Rightarrow 女性警察官の数 \Rightarrow DV の通報 \uparrow ・DV による殺人 \downarrow

IV の正当化：AA \Rightarrow 女性警官の数 (intended goal)

AA によって動かされた女性警察官の数 \Rightarrow 犯罪のアウトカム (intended goal による間接的な波及効果)

ポイント：IV は内生変数の直近のものであること！ (参照：Shift-share)

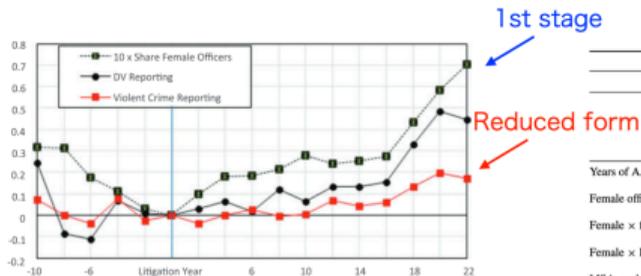


FIGURE 1

Changes in female officer shares, repeated DV, and sex differences in violent crime reporting around AA initiation. The figure depicts point estimates for 2-year bins before and after AA initiation (litigation year is the omitted category) for crime reporting and female officer shares from regression models estimated on the NCVS sample of violent crimes.

Crime reporting estimates are for interactions between year bins and an indicator for either female victims of any violent crimes or of DV. Male DV victims are omitted from the sample. The estimates for the female share of officers are multiplied by ten for readability. Repeated DV estimates are from the subsample of DV incidents; we use 4 year bins for years >2 from litigation because of smaller cell sizes.

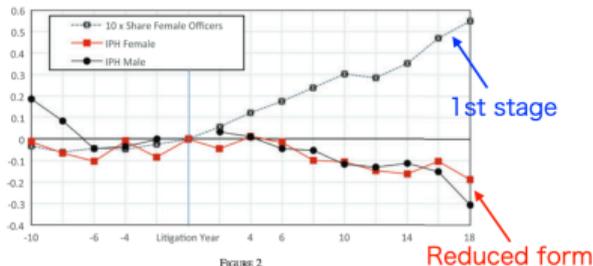


FIGURE 2

Changes in female officer shares and IPH rates around AA initiation. The figure depicts point estimates for 2-year bins before and after AA initiation (litigation year is the omitted category) from regression models estimated on the county-year panel of IPH rates per 100,000 population. The estimates for the female share of officers are multiplied by ten for readability.

TABLE 7
AA estimates of crime reporting by assault victims

	Dependent variable: was the crime reported to police? (Yes = 1)				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	All assault victims			Female assault victims	
	First stage Dep. Var.: Share female officers	IV	IV	First stage Dep. Var.: Share female officers	IV
Years of AA exposure	0.003*** [0.001]			0.003*** [0.001]	
Female officer share		-1.219 [1.182]	-1.155 [1.158]		
Female × female officer share		1.898** [0.841]	1.319* [0.749]		0.817 [1.683]
Female × DV × female officer share			3.236** [1.311]		3.116** [1.287]
MSA- and year-fixed effects	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Victim, crime, and local area controls	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
DV indicator and interactions	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Observations	15,319	15,319	15,319	6,282	6,282
R ²	0.900			0.901	

Notes: The DV indicator is set to 1 if the victim is female and offender is the victim's current or former husband or boyfriend. Assaults against male victims by intimate partners ($n = 142$ observations) are excluded from the sample. See Table 2 notes for variables in Victim, crime, and local area controls, and DV interactions. *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$. Robust standard errors clustered at the MSA level in brackets.

TABLE 8
AA estimates of IPH rates

	Dependent variable: IPHs per 100,000 population				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	First stage Dep. Var.: Share female officers	IV Female	IV Female	IV Male	IV Male
Victim sex					
Years AA on	0.0030*** [0.000]				
Lagged female officer share		-4.034*** [1.419]	-3.137* [1.617]	-4.227** [1.730]	-3.959*** [1.467]
Country- and year-fixed effects	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Census division (9) × year-fixed effects	No	No	Yes	No	Yes
Non-IPH homicide rate and crack index	No	Yes	Yes	Yes	Yes
Lagged local area controls	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Observations	3,732	3,732	3,732	3,732	3,732
R ²	0.856				
Number of counties	255	255	255	255	255

Notes: Sample is restricted to counties with population above 150,000 in all years. Observations are weighted by county population. The non-IPH homicide rate control is for female victims in Columns 2 and 3 and for male victims in Columns 4 and 5. See text for details about the crack index. See Table 6 notes for variables in local area controls. *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$. Robust standard errors clustered at the county level in brackets.

Shift-share (Bartik) 操作変数

前スライドで、操作変数と内生変数の「距離」は近いことが重要であることを指摘した。ただし、その状況となる政策変動がない場合はどうすべきか。クロスセクショナル（横）の変動と時間（縦）の変動を利用した Shift-share (Bartik) 操作変数の考え方を紹介する。

Shift-share (Bartik) 操作変数

移民が犯罪に与える効果を例に考えてみよう。

基本概念

- 地域レベルの移民ショックを移民率 (横断面: cross-sectional variation) (**share**) と全体のトレンド (縦断面: time-series variation) (**shifter**) から構築

構造

- 地域 i 、国籍 k 、時点 t とする。
- 地域シェア: s_{i,t_0}^k (サンプルの初期 t_0 における地域 i の国籍別移民 k のシェア)
- 国全体の移民トレンド: g_t^k (国籍 k の t 期における全国移民数)
 - 例: 日本における移民効果を検討し、 k の例として韓国を考えよう。 g を構成する韓国の移民数は、日本以外を行き先とする韓国の移民数である。

Shift-share Instrument の構築

$$z_{i,t} = \sum_k s_{i,t_0}^k \times g_t^k$$

識別仮定:

- 除外制約: $z_{i,t}$ が結果変数に他の経路を通じて影響しない
 - 比較的成立しやすい: この例では、Shift-share IV は移民のバリエーションから構成され、内生変数 (関心の処置変数) は移民率であるため
- 平行トレンド仮定: 全体のトレンドが無ければ、移民のシェアが低い地域と高い地域における**犯罪率・移民率**は平行

Shift-share (Bartik) 操作変数

地域シェア: s_{i,t_0}^k

Q: そもそも初期値の移民率が内生なのでは？

A: それはもちろん内生。移民者は、もともと移民が多い地域を選んで移住するため。

実際の回帰モデルでは、 $y_{i,t} = \beta \sum_k s_{i,t_0}^k \times g_t^k + \mu_i + \gamma_t + \epsilon_{i,t}$ と地域の固定効果 (μ_i) が含まれるため、観測されてない異質性 (切片; レベル) に関する内生性は回避。

- 識別の変動: もともとの移民シェアの違いを利用

全体の移民トレンド: $g_{k,t}$

- 直感的な説明: 韓国から日本に移民をする場合、日本における pull factor (日本国内の内生的な要因) なのか韓国の push factor が効いているのかわからない。一方、日本以外の国を行き先とする場合は、韓国の push factor による移民と考えることができ、これは日本の地域における犯罪率には外生的である。
- 一般的には、各地域の元々のシェアは、全体の変動に対してコントロールできないという仮定。ただし、ある地域のシェアが高い場合、その仮定は成り立たない可能性があるので注意。
- トрендがサンプル内で、上がったたり下がったりしていると解釈しにくい。

Shift-share (Bartik) 操作変数

Shift-share Instrument の構築

- $z_{i,t} = \sum_k s_{i,t_0}^k \times g_t^k$
- 内生的な地域のシェアを外生的なショックでシフトさせる。

ノート：

- この例：share（横）の変動が内生で、shifter（縦）が外生
- しかし、share が外生で、shifter が内生の場合もある (Goldsmith-Pinkham et al., 2020)
- 関心のある結果変数を Shift-share 変数に直接回帰：continuous DiD の特殊ケース
 - (i) 全体の移民の数が少ない年に比べて多い年では (first difference)、(ii) もともと移民のシェアが高い地域では低い地域に比べて (second difference)、犯罪率は下がる（あるいは上がる）

最後に

観察データ分析における因果推論は特効薬ではない：

- 観測データ分析においては分析結果を1つだけ提示して「因果効果を推定した！」ということない
- 制度的背景を丹念に調べて丁寧な議論を通じてリサーチデザインの妥当性を示すこと
- プラセボテストなどの状況証拠を提示して「これくらいなら因果効果として解釈できる」と示すこと

(不) 自然実験を行っていることを論文内やタイトルにて強調しすぎないこと（ここは私の stylistic preference ですが・・・笑）：

- たまに論文のタイトルに“A Triple-differences Analysis”や“An Instrumental Variable Approach”などと含まれたりする
- 論文中に“causal effects”であることを強調しているのを目にする
⇒ レビューアの causal patrol が出動するので前面に出しすぎない
- 因果推論を行なっていることを論文のセールスポイントにはしない

ただし、因果推論を押し出すべきとき：

- 方法論の論文を書くのであれば話は別
- 先行研究では「XがYに与える効果はXXだった」というものに対して、より説得的な仮定、手法で分析を行った結果、先行研究での結果と異なった場合は、前面に押し出すのは効果的

Appendix

共通サポート (Common Support) の重要性

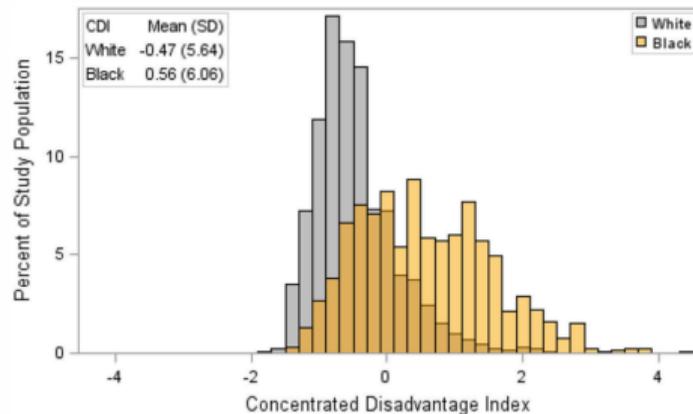
集団間で分布が異なる変数を回帰モデルに含める際の問題：

- 例：黒人と白人の犯罪傾向の分析
- 考慮する変数：居住地域のアメニティ (concentrated disadvantage index)
- 問題点：白人と黒人の居住地域分布の重複が少ない (図参照)

線形回帰の問題点：

- 柔軟性が高く、分布の重複が少なくても推定可能
- しかし、結果は共通サポートがない部分での外挿に基づく推定値となる

マッチングに関して



図：白人と黒人の居住地域における concentrated disadvantage index の分布

因果推論 (POモデル) における仮定

- 独立性の仮定 (independence assumption, ignorability assumption, unconfoundedness など)
 $Y_i^0, Y_i^1 \perp\!\!\!\perp D_i$: 処置変数が潜在結果変数と独立であること。
 - 交換性 (exchangeability): (独立性の仮定のもとで) 処置グループと比較グループの (観測される変数・観測されない変数における) バランスが取られ、平均的な違いはない
 - 処置グループと比較グループでは処置変数の値を交換しても平均的には結果が同じになること
- 一貫性 (consistency) $Y_i = D_i \times Y_i^1 + (1 - D_i) \times Y_i^0$: 処置を実際に受けたときの結果は、処置を受けたときの潜在結果に一致し、処置を受けなかったときの結果は、処置を受けなかったときの潜在結果に一致する
 - 推定量が真のパラメータに確率収束する一貫性とは異なる
- Stable Unit Treatment Value Assumption (SUTVA):
 - 処置グループと比較グループの相互作用がないこと (no interference): PO が他のユニットの処置状態に依存しない。波及効果がないこと。処置グループと比較グループに相互作用がある場合、処置グループの行動 (処置効果) は比較グループの行動にも影響するため、比較グループとして機能しない
 - 複数の処置状態がないこと (no multiple version of treatment): 十分に定義されない処置はダメ!
- 正值性 (positivity) $0 < \Pr(D_i = 1) < 1 \forall i$: いずれの処置に割り当てられる確率が 0 ではないこと。仮にも処置の割り当てられる確率が 0 の群があれば潜在結果は定義されない

因果推論の根本問題

i さん個別の処置効果 (unit-specific treatment effect):

$$\delta_i = Y_i^1 - Y_i^0 \quad (17)$$

δ_i : i さんが「**処置を受けた時の潜在結果変数**」と「**処置を受けなかった時の潜在結果変数**」の差と定義される。

- 反実仮想は観測できない: i さんが「処置を受けた時の (実際の) 結果」あるいは「処置を受けなかった時の (実際の) 結果」のどちらかの結果しか観測されないという欠測データの問題
- 「因果推論の根本問題 (fundamental problem of causal inference)」 (Holland, 1986)

因果推論における欠測データ問題

処置の割当・潜在結果変数・潜在結果変数の差

i	D_i	Y_i^1	Y_i^0	δ_i
1	1	10	5	5
2	1	7	4	3
3	1	4	5	-1
4	0	3	3	0
5	0	5	3	2
6	0	7	5	2

処置の割当・潜在結果変数・実際に観測できる結果

i	D_i	Y_i^1	Y_i^0	Y_i
1	1	10	?	10
2	1	7	?	7
3	1	4	?	4
4	0	?	3	3
5	0	?	3	3
6	0	?	5	5

実際に観測できる結果と潜在結果変数の関係

- $Y_i = D_i \times Y_i^1 + (1 - D_i) \times Y_i^0$
- (PO モデルにおける一致性の仮定): 処置を実際に受けたときの結果は、処置を受けたときの潜在結果に一致し、処置を受けなかったときの結果は、処置を受けなかったときの潜在結果に一致する

平均処置効果

i さん個別の処置効果は反実仮想の世界が観測されないためわからない。その代替として、処置を受けたグループと処置を受けなかったグループの期待値を比較: 平均処置効果 (Average Treatment Effect,

ATE):

$$\delta_i = Y_i^1 - Y_i^0$$

$$ATE = \mathbb{E}(\delta_i) = \mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0) \quad (18)$$

$$= \mathbb{E}(Y_i^1) - \mathbb{E}(Y_i^0) \quad (19)$$

- ATE: 母集団における平均処置効果

処置を受けたグループにおける平均処置効果

処置を受けたグループにおける平均処置効果 (Average Treatment Effect on the Treated, ATT)

$$ATT = \mathbb{E}(\delta_i | D_i = 1) = \mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0 | D_i = 1) \quad (20)$$

$$= \mathbb{E}(Y_i^1 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 1). \quad (21)$$

- ATT: 「処置を受けたグループの結果」と「実際には処置を受けたグループが仮にも処置を受けなかった時の潜在結果」の期待値の差
- ATT = 条件付き ATE

処置グループと比較グループの期待値の差・ATE・ATTの関係

処置グループと比較グループの観測結果変数の期待値の差:

$$\mathbb{E}(Y_i|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i|D_i = 0) \quad (22)$$

$$= \mathbb{E}(D_i \times Y_i^1 + (1 - D_i) \times Y_i^0 | D_i = 1) - \mathbb{E}(D_i \times Y_i^1 + (1 - D_i) \times Y_i^0 | D_i = 0) \quad (23)$$

$$= \mathbb{E}(Y_i^1 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 0) \quad (\text{PO モデルの一致性より}) \quad (24)$$

$$= \mathbb{E}(Y_i^1 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 1) + \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 0) \quad (25)$$

$$= \mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0 | D_i = 1) + \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 0). \quad (26)$$

- $\mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0 | D_i = 1)$: ATT
- $\mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0 | D_i = 0)$: 「実際には処置を受けた群が仮にも処置を受けなかった時の潜在結果」と「処置を受けなかった群の潜在結果」の差

処置が無作為に割り当てられている場合: $\mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0) = 0$: 処置グループと比較グループの差は平均的には異なるないので、 $\mathbb{E}(Y_i|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i|D_i = 0) = \mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0|D_i = 1) = \mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0)$
処置グループと比較グループの観測結果変数の期待値の差 = ATT = ATE!

処置が無作為に割り当てられていない場合: 処置グループと比較グループの平均的な差 = セレクションバイアス。 $ATT \neq ATE$

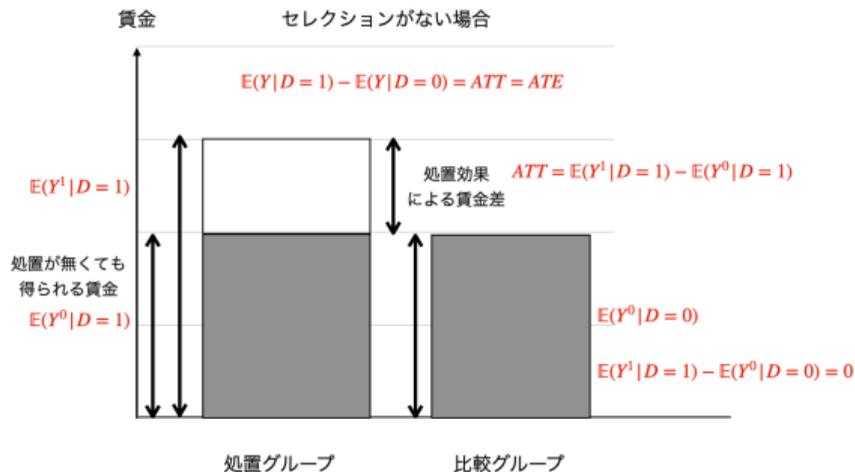
観測結果変数の期待値の差 = ATT + セレクションバイアス

- $\mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0) > 0$: ポジティブセレクションバイアス
- $\mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0) < 0$: ネガティブセレクションバイアス

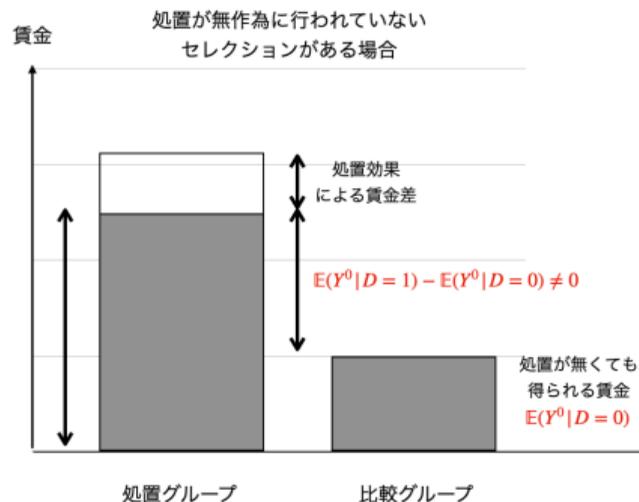
PO モデルを具体的な例で考えてみよう

- 処置グループ: 職業訓練を受ける
 - 比較グループ: 職業訓練を受けない
 - 結果変数: 賃金
-
- 処置が無作為に割り振られているケース: 処置グループが仮にも職業訓練プログラムを受けなかったときの賃金と比較グループの賃金には平均的な差はない
 - 処置が無作為に割り振られていないケース: 処置グループが仮にも職業訓練プログラムを受けなかったときの賃金と比較グループの賃金には差はセレクションバイアス

処置が無作為に割り振られているケース



処置が無作為に割り振られていないケース



PO モデルと回帰分析の関係

PO モデル:

- 仮定 Constant treatment effect (処置効果はユニットに対して一定): $Y_i^1 - Y_i^0 = \beta_1$.
- 潜在結果と観測結果の関係 (式??): $Y_i = D_i \times Y_i^1 + (1 - D_i) \times Y_i^0 = Y_i^0 + D_i \times (Y_i^1 - Y_i^0)$.
- 上の2つより

$$Y_i = Y_i^0 + \beta_1 D_i. \quad (27)$$

式 27 を回帰モデルに書き直すと:

$$Y_i = \mathbb{E}(Y_i^0) - \mathbb{E}(Y_i^0) + Y_i^0 + \beta_1 D_i = \mathbb{E}(Y_i^0) + \beta_1 D_i + (Y_i^0 - \mathbb{E}(Y_i^0)) \quad (28)$$

$$= \beta_0 + \beta_1 D_i + \epsilon_i. \quad (29)$$

回帰モデルを条件付き期待値で求めると:

- $\mathbb{E}(Y_i | D_i = 1) = \beta_0 + \beta_1 + \mathbb{E}(\epsilon_i | D_i = 1)$.
- $\mathbb{E}(Y_i | D_i = 0) = \beta_0 + \mathbb{E}(\epsilon_i | D_i = 0)$.

PO モデルと回帰モデルの関係:

$$\mathbb{E}(Y_i|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i|D_i = 0) = \beta_1 + \mathbb{E}(\epsilon_i|D_i = 1) - \mathbb{E}(\epsilon_i|D_i = 0) \quad (30)$$

$$= \mathbb{E}(Y_i^1 - Y_i^0|D_i = 1) + \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0). \quad (31)$$

* 式 31 は p.13 より

$$\begin{array}{ccc} \text{回帰分析: セレクションバイアス} & \text{PO: セレクションバイアス} & \\ \hline \mathbb{E}(\epsilon_i|D_i = 1) - \mathbb{E}(\epsilon_i|D_i = 0) & = \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0) & (32) \end{array}$$

対応関係:

- PO モデルにおいて $(Y_i^0, Y_i^1) \perp\!\!\!\perp D_i$ で成り立っていれば $\mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0) = 0$ 。後者は回帰分析における $\mathbb{E}(\epsilon_i|D_i) = 0$ に対応する。
- 処置変数が無作為であれば式 32 におけるセレクションバイアスはゼロ
 - 処置グループと比較グループの観測結果変数の期待値の差 $= \beta_1 = \text{ATE} = \text{ATT}$

パネルデータ

ID_j	$Time_t$	$Outcome_{it}$	D_j	$D_j \times Time_t$	D_{jt}
1	0	100	0	0	0
1	1	120	0	0	0
2	0	200	0	0	0
2	1	210	0	0	0
3	0	150	0	0	0
3	1	140	0	0	0
4	0	50	0	0	0
4	1	50	0	0	0
5	0	300	1	0	0
5	1	350	1	1	1
6	0	200	1	0	0
6	1	270	1	1	1
7	0	180	1	0	0
7	1	240	1	1	1
8	0	250	1	0	0
8	1	30	1	1	1
9	0	180	1	0	0
9	1	180	1	1	1
10	0	250	1	0	0
10	1	250	1	1	1

イベントスタディ用の過去・未来処置変数の作り方

2001年から2010年までの10年分のパネルデータを使い、東京を初めとする20の都道府県に2005年に処置が入る例を検討しよう(他の都道府県でも処置が入るがここでは解説のため東京に焦点を当てる)

ID	Year	処置 4 年前	処置 3 年前	処置介入年	処置 4 年後	処置 5 年後	全ての処置期間
東京	2001	1	0	0	0	0	1
東京	2002	0	1	0	0	0	1
.
.
.
東京	2005	0	0	1	0	0	1
.
.
東京	2009	0	0	0	1	0	1
東京	2010	0	0	0	0	1	1
.
.
沖縄	2001	0	0	0	0	0	0
沖縄	2002	0	0	0	0	0	0

DiD：縦と横の変動がなぜ必要なのか

回帰モデルの対応関係:

$$Y_{it} = \alpha + \beta D_i \times Post_t + \mu D_i + \gamma Post_t + \epsilon_{it}, \quad (33)$$

- D_i : 処置群であれば 1、比較群であれば 0 を取るグループダミー
- $Post_t$: 処置後であれば 1、処置前であれば 0 を取る時間ダミー

$$\mathbb{E}(Y_{i1} - Y_{i0} | D_i = 1) = (\alpha + \beta + \mu + \gamma) - (\alpha + \mu) \quad (34)$$

$$\mathbb{E}(Y_{i1} - Y_{i0} | D_i = 0) = (\alpha + \gamma) - \alpha. \quad (35)$$

式 34 から 35 を引く:

$$\mathbb{E}(Y_{i1} - Y_{i0} | D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_{i1} - Y_{i0} | D_i = 0) \quad (36)$$

$$= (\alpha + \beta + \mu + \gamma) - (\alpha + \mu) - ((\alpha + \gamma) - \alpha) = \beta. \quad (37)$$

β : 処置効果

- 一般的な交差項モデルでは、交差効果は主効果と一緒に解釈する。それでは $D_i \times Post_t$ は交差項なので β は μ や γ と一緒に解釈しなければならないのでは？

μ が捉えるもの：処置群と比較群のもともとの差（セレクション、交絡）DiD では処置群と比較群の結果変数のトレンドの差（傾きを捉える β ）に関心がある。後に見るように式 33 はより一般的には

$Y_{it} = \alpha + \beta D_{it} + \mu_i + \gamma_t + \epsilon_{it}$ と書き換えられる

DiD は時間を使った群内の比較 (within group comparison; longitudinal comparison) と処置群・比較群間の比較 (between group comparison; cross-sectional comparison) により処置の因果効果を識別する。どちらかの変動がない場合にどのようなバイアスが生じるか:

- 横断面の比較群が存在しない場合: 結果変数を単純に前後比較
 - 推定される効果: $\beta + \gamma$
 - γ : 両方の群に共通する時間効果を捉える
 - 他のマクロショックがある場合には処置効果は識別できない (don't do a native before/after comparison, unless you have a strong reason for no other macroshocks!)
- 時間を利用した比較がない場合: 処置後における処置群と比較群の結果変数の比較
 - 推定される効果: $\beta + \mu$
 - μ : 処置群と比較群の体系的な違いを捉える
 - 処置群と比較群間における観察されない異質性がある場合はバイアスする (e.g., selection on unobservables の場合)

処置を受ける時期が個体によって異なる DiD (Staggered DiD)

処置を受ける時期が個体によって異なる DiD は staggered DiD と呼ばれ、一般的には TWFE を用いて推定する。しかし、以下のような点が指摘された:

- 何と何を比較しているのかがあまりクリアではない → 全ての 2x2DiD の組み合わせの加重平均になっている (右のグラフの通り)
 - (Good) 先に処置を受けた群 (処置群) vs. 処置を受けない群 (比較群)
 - (Good) 後で処置を受けた群 (処置群) vs. 処置を受けない群 (比較群)
 - (Good) 先に処置を受けた群 (処置群) vs. 後で処置を受けた群 (比較群)
 - (BAD) 後で処置を受けた群 (処置群) vs. 先に処置を受けた群 (比較群) → 先に処置を受けた群が比較群になっている！ ただし、この群は既に処置を受けているので行動が変わってしまっている・・・

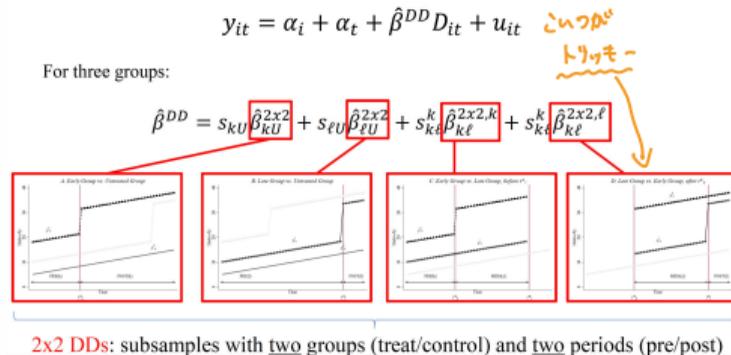


Figure: 引用: (Goodman-Bacon, 2021)

Staggered DiD

- 処置効果が時間を通じて変化する・ユニット間で異なる場合、TWFE を使った DiD 推定はバイアスする → TWFE ではない別の推定量を使う必要がある (レビュー De Chaisemartin and d'Haultfoeuille, 2023; Roth et al., 2023)

Staggered DiD

(Hoffmann and Velasco, 2024, DDD in Social Forces)

この概念図だと平行トレンドは満たさない

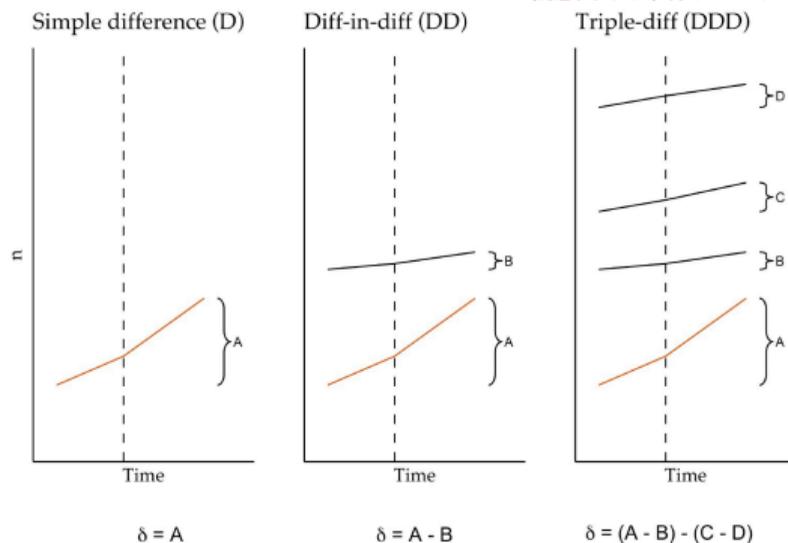


Figure 2: Conceptual comparison of simple-difference (D), difference-in-differences (DD), and triple-difference (DDD) designs. The trend of interest is shown in orange, and the vertical, dashed lines represent the moment the treatment is applied. Authors' creation.

(Goldstein and Hamilton, 2022, DDD in Sociological Science)

Our empirical approach treats Trump's 2016 electoral victory as a quasi-experiment (Blank et al. 2004:148–54). We apply a triple difference-in-difference design to individual panel data from the Current Population Survey (CPS). Nationally, black

Table 2: Estimates from two-period lagged dependent variable models of weekly hours worked among hourly paid workers, pre- and post-2016 election

	Base model (1)	CBSA fixed effects (incl. rural residual)			Metro only (5)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Lag hours worked	0.560 [†] (0.019)	0.547 [†] (0.019)	0.509 [†] (0.019)	0.508 [†] (0.019)	0.534 [†] (0.022)
Trump vote	3.950 [†] (1.307)	1.604 (4.657)	0.820 (4.767)	1.507 (4.953)	
Black	5.241 [†] (1.657)	6.730 [†] (2.086)	5.716 [†] (2.083)	4.344 (3.183)	5.886 [†] (2.253)
Hispanic	0.754 (1.128)	0.384 (1.591)	0.919 (1.629)	0.972 (1.933)	1.936 (1.751)
Black × Trump vote	-10.31 [†] (3.211)	-12.71 [†] (4.209)	-13.54 [†] (4.220)	-11.31 (6.395)	-12.78 [†] (4.774)
Hispanic × Trump vote	-0.438 (2.467)	0.0843 (3.680)	-0.808 (3.774)	-2.526 (4.416)	-3.167 (4.173)

Triple-Dにおいて↓の解釈は正確ではない

We turn first to the unadjusted baseline model. The positive Trump vote share coefficient indicates that whites residing in CBSAs with greater Trump support saw greater gains in work hours relative to whites in lower-Trump-support CBSAs. Because the vote share variable is scaled from zero to one, the coefficient estimate of 3.95 indicates that each 10 percent increase in Trump's share of the local vote (i.e., from 45 percent to 55 percent) is associated with a modest pre- to post-election gain of approximately 0.395 hours additional paid work time per week for whites during the November-to-March period. This means that non-Hispanic white hourly workers tended to gain slightly more hours over this period if they resided in higher-Trump-support locales.

トランプ支持地区における時間を通じて変動する交絡要因
白人におけるトランプ効果ではない！

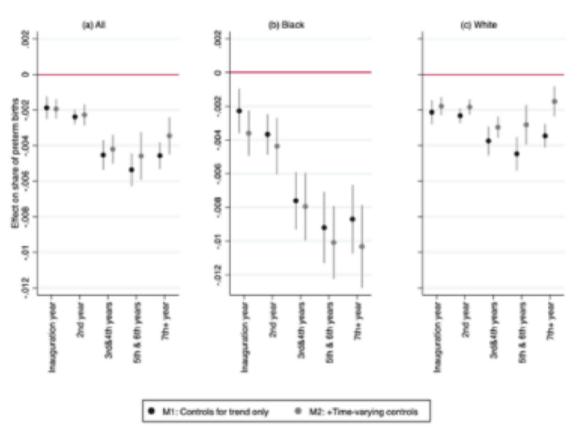
関心のある係数 = 黒人・ヒスパニックにおけるトランプ効果

(Torche and Rauf, 2021; Dahl et al., 2022, ASR と AER: Insights の比較)

Torche and Rauf (2021, ASR)

1. President's Partyは、時間のバリエーションしかない
2. 「イベントスタディ」でプレトレンドを見せていない

$$PRE_{st} = \sum_{p=1}^r \beta_p \text{President's Party}_t^p + \sum_{q=1}^r \beta_q \text{President's Party}_{st}^q + \sum_s \text{State}_s + [f(t) * \sum_s \text{State}_s] + \mathbf{X}'_{st} \boldsymbol{\nu} + \varepsilon_{st}$$

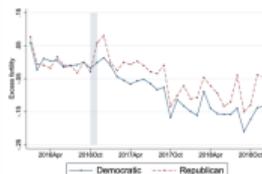


Dahl et al. (2022, AER Insights)

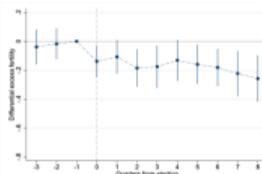
トランプ当選効果のために、選挙前の群レベルの共和党支持具合を利用（二値変数としている）

二値変数の区切りかたの頑健性チェックは行っている
ただし、党派の変数の分布を見たり、連続変数の結果もみたい

$$Y_{ct} = \sum_{t=-3}^8 \beta_t \times \text{Democratic}_c + \alpha_c + \alpha_t + \varepsilon_{ct}$$



A1. By vote share



A2. By vote share

共変量・FEを追加することのコストとは

関心のある変数を X_1 、統制変数を X_2 とし、簡略化のために両変数ともダミー変数とし、関心のある回帰モデルは $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon$ で、 $\mathbb{E}(\epsilon_i | X_i, Z_i) = 0$ する。

- 「他の要因を一定にする」： X_2 の値を固定したときに、 X_1 が 0 から 1 となったときに Y は β_1 だけ変化する。
- X_2 の値が同じグループ内で、 X_1 の値が異なる集団の Y の平均値を比較する。

回帰モデルを条件付き期待値で書くと：

$$\mathbb{E}(Y | X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2. \quad (38)$$

$$\mathbb{E}(Y | X_1 = 0, X_2 = 0) = \beta_0 \quad (39)$$

$$\mathbb{E}(Y | X_1 = 1, X_2 = 0) = \beta_0 + \beta_1 \quad (40)$$

$$\mathbb{E}(Y | X_1 = 0, X_2 = 1) = \beta_0 + \beta_2 \quad (41)$$

$$\mathbb{E}(Y | X_1 = 1, X_2 = 1) = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2. \quad (42)$$

$$\text{Effect of } X_1 | X_2=0 : \mathbb{E}(Y | X_1 = 1, X_2 = 0) - \mathbb{E}(Y | X_1 = 0, X_2 = 0) = \beta_1 \quad (43)$$

$$\text{Effect of } X_1 | X_2=1 : \mathbb{E}(Y | X_1 = 1, X_2 = 1) - \mathbb{E}(Y | X_1 = 0, X_2 = 1) = \beta_1. \quad (44)$$

共変量・FEを追加することのコストとは

共変量・固定効果を条件づけるとは、共変量が取る値・固定効果とされるユニット内で、関心のある変数が異なる値を比較することである。共変量・固定効果を過剰に入れると、何の変動を使って識別・推定をしようとしているかがわからなくなってしまう。さらに、特にサンプルサイズが少ない場合、各値が取るセルが小さくなるため、推定値が不安定になる可能性がある。

過剰に固定効果・共変量を入れることのコスト

プラセボテスト

プラセボテスト: 同じ交絡構造があることを仮定とし、効果がないことが事前に変わっている変数やサンプルで分析を行い実際に効果がないことを確かめる

- **プラセボ処置変数:** 関心のある処置変数とは相関を持つが、関心のある結果変数には影響をし得ない処置変数
 - イベントスタディの未来処置変数を使った分析もプラセボ分析の 1 つ。因果効果があるのであれば、未来処置変数は現在の結果変数には影響し得ない
- **プラセボ結果変数:** 関心のある結果変数と相関は持つが、処置変数から影響を受けないような従属変数
 - 喫煙・肥満・幸福度などの健康がネットワークを通じて他者に波及することを検証したいとする。観測データでピアへの接触が無作為に割り当てられない場合、プラセボ結果変数として、ネットワークを通じて波及し得ない結果変数（ニキビ・頭痛）を用いてネットワークがこれらの結果変数に影響しないことを示せば結果の信頼性は高くなる (Cohen-Cole and Fletcher, 2008)
- **プラセボサンプル:** プラセボ母集団は関心のある母集団とは比較可能であるが、処置変数から影響を受けない。
 - 黒人にも影響があるようなショック（例えば、BTB）は黒人の労働市場に影響を与えるが、白人の労働市場には影響しない。したがって白人はプラセボ母集団として使うことができる。DiD を拡張したデザインで Difference-in-Differences-in-Differences (DDD, triple-differences) を使うことが可能 (Agan, 2018) (波及効果がないと仮定した上で)

Reference I

- Acemoglu, D., Johnson, S., and Robinson, J. A. (2001). The colonial origins of comparative development: An empirical investigation. *American economic review*, 91(5):1369–1401.
- Aneja, A. and Xu, G. (2022). The costs of employment segregation: Evidence from the federal government under Woodrow Wilson. *The Quarterly Journal of Economics*, 137(2):911–958.
- Ang, D. (2023). The birth of a nation: Media and racial hate. *American Economic Review*, 113(6):1424–1460.
- Angrist, J. D. and Pischke, J.-S. (2008). *Mostly harmless econometrics: An empiricist's companion*. Princeton university press.
- Bertrand, M., Kamenica, E., and Pan, J. (2015). Gender identity and relative income within households. *The Quarterly Journal of Economics*, 130(2):571–614.
- Besley, T. and Case, A. (2000). Unnatural experiments? estimating the incidence of endogenous policies. *The Economic Journal*, 110(467):672–694.
- Borusyak, K., Hull, P., and Jaravel, X. (2024). Design-based identification with formula instruments: A review. *The Econometrics Journal*, page utae003.
- Brand, J. E., Zhou, X., and Xie, Y. (2023). Recent developments in causal inference and machine learning. *Annual Review of Sociology*, 49(1):81–110.
- Brodeur, A., Cook, N., and Heyes, A. (2020). Methods matter: P-hacking and publication bias in causal analysis in economics. *American Economic Review*, 110(11):3634–3660.
- Callaway, B., Goodman-Bacon, A., and Sant'Anna, P. H. (2024). Difference-in-differences with a continuous treatment. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Cattaneo, M. D., Idrobo, N., and Titiunik, R. (2019). *A practical introduction to regression discontinuity designs: Foundations*. Cambridge University Press.
- Currie, J., Kleven, H., and Zwiers, E. (2020). Technology and big data are changing economics: Mining text to track methods. In *AEA Papers and Proceedings*, volume 110, pages 42–48. American Economic Association 2014 Broadway, Suite 305, Nashville, TN 37203.
- Dahl, G. B., Lu, R., and Mullins, W. (2022). Partisan fertility and presidential elections. *American Economic Review: Insights*, 4(4):473–490.
- De Chaisemartin, C. and d'Haultfoeulle, X. (2023). Two-way fixed effects and differences-in-differences with heterogeneous treatment effects: A survey. *The Econometrics Journal*, 26(3):C1–C30.
- de Leon, F. L. L. and McQuillin, B. (2020). The role of conferences on the pathway to academic impact: Evidence from a natural experiment. *Journal of Human Resources*, 55(1):164–193.
- Dell, M. (2010). The persistent effects of peru's mining mita. *Econometrica*, 78(6):1863–1903.
- Felton, C. and Stewart, B. M. (2022). Handle with care: a sociologist's guide to causal inference with instrumental variables. *Sociological Methods & Research*, page 00491241241235900.
- Fenizia, A. and Saggio, R. (2024). Organized crime and economic growth: Evidence from municipalities infiltrated by the mafia. *American Economic Review*, 114(7):2171–2200.
- Gavrilova, E., Kamada, T., and Zoutman, F. (2019). Is legal pot crippling mexican drug trafficking organisations? the effect of medical marijuana laws on us crime. *The Economic Journal*, 129(617):375–407.
- Gelman, A. and Imbens, G. (2013). Why ask why? forward causal inference and reverse causal questions. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Goldsmith-Pinkham, P., Sorkin, I., and Swift, H. (2020). Bartik instruments: What, when, why, and how. *American Economic Review*, 110(8):2586–2624.
- Goldstein, A. and Hamilton, T. (2022). Dog whistles and work hours: The political activation of labor market discrimination. *Sociological Science*, 9:40–74.
- Goodman-Bacon, A. (2021). Difference-in-differences with variation in treatment timing. *Journal of econometrics*, 225(2):254–277.
- Hoffmann, N. I. and Velasco, K. (2024). Policy effects on mixed-citizenship, same-sex unions: A triple-difference analysis. *Social Forces*, 102(3):1134–1156.

Reference II

- Holland, P. W. (1986). Statistics and causal inference. Journal of the American statistical Association, 81(396):945–960.
- Hudson, S., Hull, P., and Liebersohn, J. (2017). Interpreting instrumented difference-in-differences. Metrics Note, Sept.
- Ikeuchi, R. (2023). Diverse representation and racial inequality beliefs: The paradoxical consequence of the 2016 tony awards. Technical report, Working Paper.
- Ikeuchi, R. and Kamada, T. (2024). Beyond absolute numbers: the effects of racial and ethnic minority's relative rank in size on residential segregation. Technical report, Working Paper.
- Kamada, T. (2023). Black flight? the emergence of crack cocaine and black suburbanization. Technical report, Working Paper.
- Kamada, T. (2024). Blessing or curse for organized crime? the long-term effects of the energy transition from coal to oil on the yakuza. Technical report, Working Paper.
- Keele, L., Curini, L., and Franzese, R. (2020). Differences-in-differences: Neither natural nor an experiment. The SAGE Handbook of Research Methods in Political Science and International Relations, 1:822–834.
- Le Moglie, M. and Sorrenti, G. (2022). Revealing “mafia inc.” ? financial crisis, organized crime, and the birth of new enterprises. Review of Economics and Statistics, 104(1):142–156.
- Li, Z. and Strezhnev, A. (2024). A guide to dynamic difference-in-differences regressions for political scientists. Working Paper.
- Liu, L., Wang, Y., and Xu, Y. (2024). A practical guide to counterfactual estimators for causal inference with time-series cross-sectional data. American Journal of Political Science, 68(1):160–176.
- Massenkoff, M. N. and Rose, E. K. (forthcoming). Family formation and crime. American Economic Journal: Applied Economics.
- Miller, A. R. and Segal, C. (2019). Do female officers improve law enforcement quality? effects on crime reporting and domestic violence. The review of economic studies, 86(5):2220–2247.
- Miller, D. L. (2023). An introductory guide to event study models. Journal of Economic Perspectives, 37(2):203–230.
- Muñoz, J., Falcó-Gimeno, A., and Hernández, E. (2020). Unexpected event during survey design: Promise and pitfalls for causal inference. Political Analysis, 28(2):186–206.
- Mustillo, S. A., Lizardo, O. A., and McVeigh, R. M. (2018). Editors' comment: A few guidelines for quantitative submissions.
- Olden, A. and Moen, J. (2022). The triple difference estimator. The Econometrics Journal, 25(3):531–553.
- Roth, J., Sant'Anna, P. H., Bilinski, A., and Poe, J. (2023). What's trending in difference-in-differences? a synthesis of the recent econometrics literature. Journal of Econometrics, 235(2):2218–2244.
- Sequeira, S., Nunn, N., and Qian, N. (2020). Immigrants and the making of america. The Review of Economic Studies, 87(1):382–419.
- Shigeoka, H. (2014). The effect of patient cost sharing on utilization, health, and risk protection. American Economic Review, 104(7):2152–2184.
- Torche, F. and Rauf, T. (2021). The political context and infant health in the united states. American Sociological Review, 86(3):377–405.
- Wang, G., Hamad, R., and White, J. S. (2024). Advances in difference-in-differences methods for policy evaluation research. Epidemiology, 35(5):628–637.